

INSTITUTO SÃO CARLOS BORROMEU

ENSINO MÉDIO

– 3º ANO –

FÍSICA

VOLUME ÚNICO

Apostila do 3º ano do Ensino Médio, escrita pelo Instituto São Carlos Borromeu. O conteúdo é indicado para estudo individual domiciliar, apoio escolar ou como material didático escolar.





AULA 02

ELETRIZAÇÃO



Para entendermos os processos de eletrização, primeiro é preciso que façamos a diferenciação do comportamento elétrico dos materiais chamados **condutores** daqueles chamados **isolantes**. O fato de um material conduzir bem ou não a eletricidade tem relação com a mobilidade das cargas no interior de sua estrutura.

CONDUTOR E ISOLANTE ELÉTRICO

Um corpo é dito **condutor** quando possui portadores de carga que podem se movimentar facilmente pela sua estrutura. Assim, quando nos referimos a um corpo como condutor, subentende-se que ele é um bom condutor. Podemos subdividir os condutores em três espécies:

Condutores de 1ª espécie: São aqueles condutores onde os portadores livres de carga são os elétrons. Esses elétrons são aqueles que se encontram mais distanciados do núcleo, nas camadas mais externas, e são capazes de se desprender da força eletrostática do núcleo e adquirir liberdade de movimento. Ex.: metais e grafite.



Os fios e cabos que utilizamos cotidianamente são feitos de condutores de 1ª espécie, normalmente a alma do fio é feito de uma liga de cobre e são revestidos por um material isolante.

Condutores de 2ª espécie: são aqueles condutores onde os portadores livres de carga são cátions e ânions. Cátions e ânions são átomos que aquirem ou perdem elétrons, ficando assim carregados eletricamente. Ex.: soluções salinas e soluções ácidas e básicas.



Devido à grande quantidade de sais dissolvidos, a água do mar é um condutor de 2ª espécie.

Condutores de 3ª espécie: são aqueles condutores onde os portadores livres de carga podem ser íons e elétrons. Podemos encontrar esses condutores nas lâmpadas fluorescentes em nossas casas. Ao aplicarmos uma diferença de potencial nessas lâmpadas, o gás ioniza-se e a movimentação das cargas em seu interior faz com que ele emita luz. São condutores de 3ª espécie os gases ionizados.

Um corpo é denominado **isolante** quando satisfaz uma das condições a seguir:

O corpo não possui portadores livres de carga elétrica, tais como íons ou elétrons de condução. Ex.: borracha, giz, entre outros.

O corpo possui portadores livres de carga elétrica, mas esses portadores não conseguem se movimentar pela estrutura e permitir a condução elétrica. Neste caso, os portadores de carga estão presos à estrutura do material e, desta forma, não há mobilidade. É o caso dos sais no estado sólido.



Muitos materiais isolantes são utilizados na construção civil, entre eles os polímeros (plásticos) como ABS, borracha, PVC e polietileno. De modo geral, as cerâmicas também são isolantes e largamente aplicadas para este fim.

SEMICONDUCTORES

Como acabamos de ver, uma determinada substância pode ser classificada como condutora ou isolante, dependendo de quão fortemente seus átomos “seguram” os elétrons. Um pedaço de cobre é um bom condutor, enquanto um de madeira é um bom isolante. Certos

materiais, tais como o germânio e o silício, entretanto, não são bons condutores nem bons isolantes. Esses materiais apresentam uma resistividade elétrica intermediária, sendo condutores medíocres em sua forma cristalina pura e tornando-se excelentes condutores quando apenas um átomo em 10 milhões é substituído por uma impureza, que adiciona ou retira elétrons da estrutura cristalina. Materiais que podem se comportar ora como isolante e ora como condutores são chamados de **semicondutores**.

Camadas finas de materiais semicondutores empilhadas juntas formam os transistores, usados para controlar o fluxo de corrente em circuitos, detectar e amplificar sinais de rádio e produzir oscilações elétricas em transmissores; atuam também como chaves digitais. Esses minúsculos sólidos foram os primeiros componentes elétricos em que materiais com características elétricas diferentes não foram conectados por fios, mas unidos fisicamente em uma só estrutura. Eles requerem muito pouca potência e, usados normalmente, duram muito tempo.



Os semicondutores, especialmente o silício (Si), são utilizados largamente para a produção de placas de circuitos eletrônicos.

Um semicondutor também conduzirá eletricidade quando luz de cor apropriada incidir nele. Uma placa de selênio puro normalmente é um bom isolante, e qualquer carga elétrica colocada sobre sua superfície ali permanecerá por longos períodos, desde que esteja escuro. Se a placa for exposta à luz, entretanto, a carga escapará para fora da placa quase imediatamente. Se uma placa de selênio carregada for exposta a um padrão luminoso, tal como o padrão de claro e escuro que constitui esta página, por exemplo, a carga escapará apenas das áreas expostas à luz. Se um pó plástico preto fosse espalhado sobre ela, ele grudaria apenas nas áreas que estão carregadas, onde a placa não foi exposta à luz. Agora, se um pedaço de papel, com uma carga elétrica localizada sobre seu verso, fosse colocado sobre a placa, o pó plástico preto seria transferido para o papel, formando o mesmo padrão que, digamos, o desta página. Se o papel fosse, então, aquecido de modo a derreter o plástico e a fundi-lo com o papel, poderíamos produzir estas páginas que estamos lendo e chamá-lo cotidianamente de xerox.

SUPERCONDUTORES

Há, a temperaturas suficientemente baixas, determinados materiais que adquirem resistência nula ao fluxo de carga. Esses são os **supercondutores**. Uma vez que a corrente elétrica tenha sido estabelecida num supercondutor, ela fluirá indefinidamente. Sem resistência elétrica alguma, a corrente passa pelo material sem sofrer perda de energia; nenhum aquecimento ocorre durante o fluxo de carga.

A supercondutividade em metais próximos ao zero absoluto (próximo a $-273\text{ }^{\circ}\text{C}$) foi descoberta em 1911. Em 1987, foi descoberta a supercondutividade em “altas” temperaturas

(100 K ou $-173\text{ }^{\circ}\text{C}$) em um composto não metálico. Atualmente, estão sendo objeto de intensas pesquisas, materiais que são supercondutores tanto em baixas quanto em altas temperaturas. As potenciais aplicações incluem transmissão de energia a grandes distâncias sem perdas e veículos de alta velocidade magneticamente levitados, para substituir os trens.

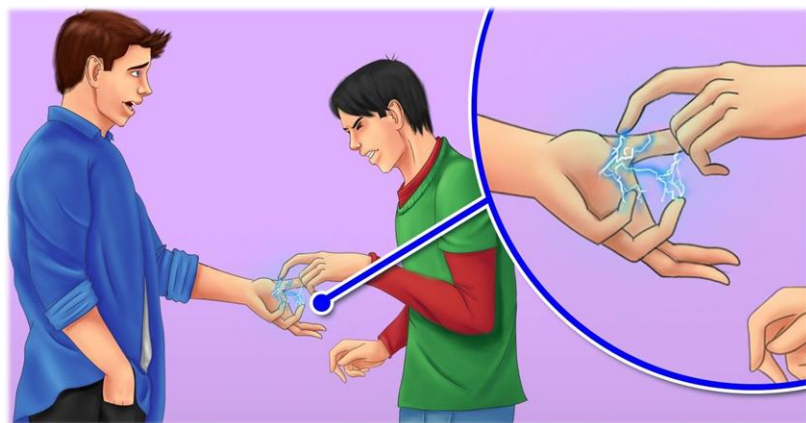
PROCESSOS DE ELETRIZAÇÃO

letrizar um corpo significa ceder ou retirar elétrons de sua estrutura de forma que provoque o aparecimento de cargas positivas, correspondendo a uma falta de elétrons, ou negativas, no caso de excesso de elétrons.

Pode-se eletrizar objetos transferindo elétrons de um lugar para outro. Isto pode ser feito por *contato* físico, como ocorre quando corpos são friccionados uns aos outros, ou simplesmente se tocam. Ou pode-se redistribuir a carga de um objeto simplesmente colocando um objeto eletricamente carregado próximo a ele – isso é chamado de *indução*.

ELETRIZAÇÃO POR ATRITO OU CONTATO

Todos estamos familiarizados com os efeitos elétricos produzidos pelo atrito. Podemos esfregar o pelo de um gato e escutar depois os estalidos das faíscas produzidas, ou pentear seu cabelo em frente a um espelho em um quarto escuro, para ouvir e ver as faíscas. Podemos esfregar nossos sapatos num capacho e sentir o formigamento quando pegamos a maçaneta da porta. Conversando com os mais idosos eles contarão sobre como era comum levar um

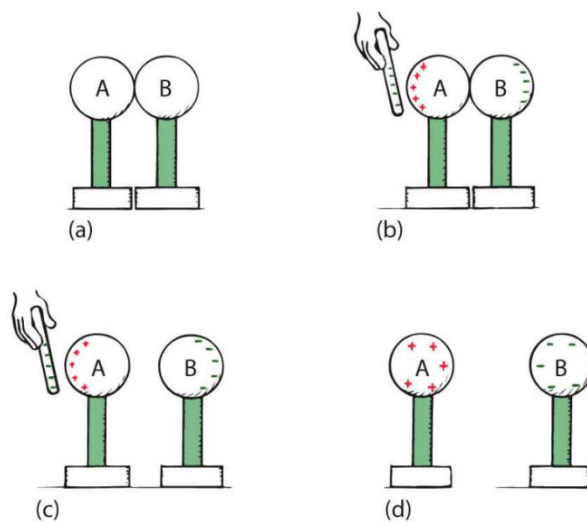


surpreendente choque elétrico ao escorregar sobre a cobertura plástica dos assentos, enquanto se estava estacionado em um carro. Em todos estes casos, os elétrons são transferidos pelo atrito quando um material é esfregado em outro.

Os elétrons podem ser transferidos de um material para outro por simples contato. Por exemplo, quando um bastão negativamente carregado é colocado em contato com um objeto neutro, alguns elétrons se transferirão para o objeto neutro. Esse método de eletrização é chamado simplesmente de *eletrização por contato*. Se o objeto eletrizado for um bom condutor, os elétrons se espalharão por toda a superfície do corpo, pois os elétrons transferidos se repelem mutuamente. Se ele for um mau condutor, pode ser necessário tocar o bastão em várias partes a fim de conseguir uma distribuição de carga mais ou menos uniforme.

ELETRIZAÇÃO POR INDUÇÃO

Se um objeto negativamente carregado é colocado próximo a uma superfície condutora, este fará com que os elétrons se movam pela superfície do material mesmo não havendo contato físico algum. Considere duas esferas metálicas isoladas, A e B, como mostrado na figura abaixo. (a) Elas estão se tocando, de modo que efetivamente formam um único condutor não eletrizado. (b) Quando um bastão negativamente carregado é trazido próximo de A, os elétrons do metal, sendo livres para se moverem, se repelem para tão longe quanto possível, até que a repulsão mútua seja suficientemente grande para equilibrar a influência do bastão. A carga foi redistribuída. (c) Se A e B forem separados com o bastão ainda presente, (d) elas ficarão igualmente carregadas, mas com sinais opostos. Isto é a eletrização por indução. O bastão eletrizado não tocou em momento algum as esferas, e possui a mesma carga original.



A eletrização por indução ocorre também durante as tempestades com relâmpagos. As partes mais baixas das nuvens, negativamente carregadas, induzem uma carga positiva sobre a superfície da Terra. Como já dissemos anteriormente, Benjamin Franklin foi o primeiro a demonstrar isso com seu experimento de empinar uma pipa durante uma tempestade, que provou que o relâmpago é um fenômeno elétrico. O relâmpago é uma descarga elétrica entre uma nuvem e o solo eletrizado de maneira oposta, ou entre partes eletrizadas contrariamente das nuvens.

Franklin também descobriu que a carga flui facilmente para, ou de, uma ponta metálica afiada, e concebeu o primeiro para-raios. Se o para-raios estiver localizado acima de um edifício, e conectado ao solo, sua ponta metálica coleta os elétrons do ar, impedindo a indução de uma grande quantidade de carga positiva sobre o prédio. Esse “vazamento” constante de carga elétrica impede o acúmulo de carga que de outra maneira poderia levar a uma descarga repentina entre a nuvem e o edifício. O principal propósito do para-raios, portanto, é impedir a ocorrência de um grande raio. Se, por qualquer razão, ele não retirar carga em quantidade

suficiente, e o raio acabar ocorrendo, ele pode ser atraído para o para-raios e tomar o caminho direto para o solo, poupando desse modo o edifício. A finalidade geral do para-raios é prevenir contra um incêndio que seria provocado pelo relâmpago.



Imagem de um raio atingindo um para-raios em um edifício e (à direita) esquema ilustrativo de sua construção.

POLARIZAÇÃO DE CARGA

A eletrização por indução não é um processo restrito aos condutores. Quando um bastão eletrizado é trazido para próximo de um isolante, não existem elétrons livres para migrar através do material isolante. Em vez disso, ocorre o rearranjo das cargas no interior dos próprios átomos e moléculas. Embora os átomos não se movam de suas posições relativamente fixas, seus “centros de carga” são deslocados. Um dos lados do átomo ou molécula, pela indução, torna-se mais negativo do que o lado oposto. Dizemos que o átomo ou molécula está eletricamente polarizado. Se o bastão estiver negativamente eletrizado, digamos, então a parte positiva do átomo ou molécula é puxada em direção ao bastão, e sua parte negativa no sentido oposto. As partes positivas e negativas dos átomos ou moléculas tornam-se alinhadas, surgindo o que chamamos na química de força de van der Waals que é uma ligação secundária fraca. Esta cessará no instante em que cessar a polarização induzida.

Podemos compreender por que razão pedacinhos eletricamente neutros de papel são atraídos por um objeto eletrizado – um pente que foi passado em seu cabelo, por exemplo. Quando o pente eletrizado é colocado próximo, as moléculas dos pedacinhos de papel são polarizadas. O sinal da carga que está mais próxima do pente é oposto à carga deste. As cargas de mesmo sinal situam-se a uma distância um pouco maior. As mais próximas vencem, e os pedacinhos de papel experimentam uma força resultante atrativa. Às vezes eles grudam ao pente e, em seguida, são arremessados para longe dele. Essa repulsão ocorre porque, no contato, os pedacinhos de papel adquirem carga com mesmo sinal da que existe no pente.

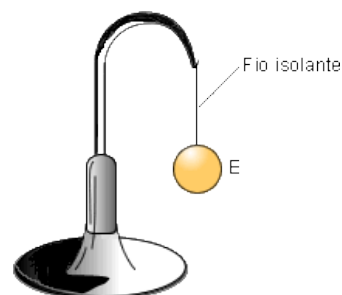


Esfregue uma bexiga em seu cabelo: ela se tornará carregada. Coloque-a encostada em uma parede e ela grudará nela. Isso, porque a carga do balão induz uma carga superficial oposta à parede. De novo, as mais próximas vencem, pois, a carga do balão está ligeiramente mais próxima das cargas induzidas com sinais opostos do que das cargas induzidas com o mesmo sinal da do balão. Muitas moléculas, de água, por exemplo, são eletricamente polarizadas em estado normal. Sua distribuição de carga elétrica não é perfeitamente simétrica. Como já vimos em química, estas moléculas constituem um dipolo elétrico e, por causa disto, apresentam ligações intermoleculares mais fortes do que a de van der Waals que são as dipolo permanente e ligação de hidrogênio.

ELETROSCÓPIOS

Eletroscópios são dispositivos utilizados para se determinar o estado de eletrização de um corpo. Para tal, é necessário saber se um determinado corpo está ou não eletrizado e, caso esteja, determinar o sinal de sua carga.

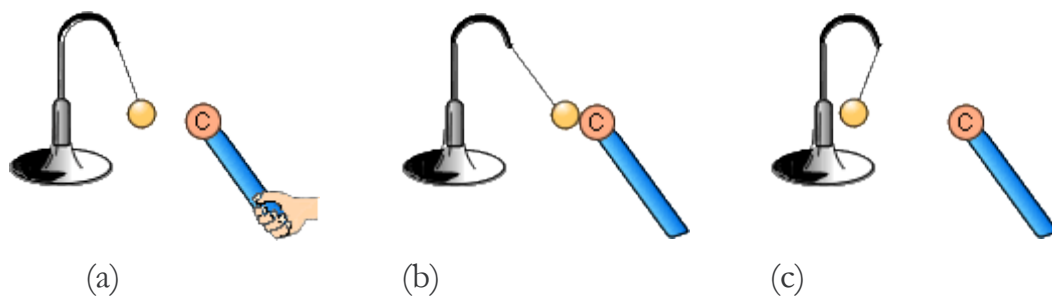
Os eletroscópios mais utilizados são o pêndulo eletrostático e o eletroscópio de folhas.



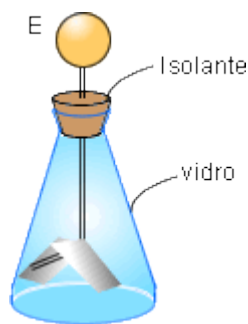
O pêndulo eletrostático consiste de um suporte com um fio isolante, do qual pende uma esfera leve e condutora.

Ao aproximarmos do pêndulo eletrostático um corpo neutro, nada acontece.

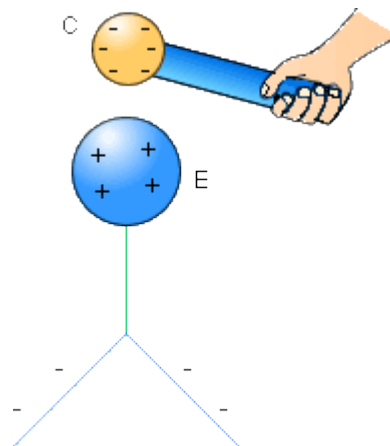
Se aproximarmos de E um corpo C eletrizado (mas sem encostar) haverá atração entre C e E (figura abaixo (a)). Se eventualmente houver contato entre os corpos (b) os dois ficarão com cargas de mesmo sinal e então haverá repulsão (c).



Um outro tipo de eletroscópio é o eletroscópio de folhas. Duas lâminas metálicas muito finas são ligadas a uma haste condutora a qual por sua vez está ligada a uma esfera metálica E.



(d)



(e)

Aproximando-se, por exemplo, um corpo eletrizado C da esfera E (mas sem encostar) haverá indução (e). As lâminas ficarão carregadas com carga de mesmo sinal que o corpo C e, em consequência, as lâminas se repelem, abrindo mais um pouco.

ATIVIDADES

1. O que caracteriza um material ser condutor ou isolante elétrico? Todos os metais são bons condutores de eletricidade?
2. Quais as diferenças entre os semicondutores e os supercondutores?
3. O processo de eletrização pode se dar de duas formas: por atrito/contato ou por indução. Quais as diferenças entre esses processos?
4. O que é e para que serve o eletroscópio?
5. Considere três pequenas esferas metálicas X, Y e Z, de diâmetros iguais. A situação inicial das esferas é a seguinte: X neutra, Y carregada com carga $+Q$ e Z carregada com carga $-Q$. As esferas não trocam cargas elétricas com o ambiente. Fazendo-se a esfera X tocar primeiro a esfera Y e depois a esfera Z, determine a carga final de X.
6. Três esferas metálicas, M_1 , M_2 e M_3 , de mesmo diâmetro e montadas em suportes isolantes, estão bem afastadas entre si e longe de outros objetos.



Inicialmente, M_1 e M_3 têm cargas iguais, com valor Q e M_2 está descarregada. São realizadas duas operações na sequência indicada.

I. A esfera M_1 é aproximada de M_2 até que ambas fiquem em contato elétrico. A seguir, M_1 é afastada até retornar à sua posição inicial.

II. A esfera M_3 é aproximada de M_2 até que ambas fiquem em contato elétrico. A seguir, M_3 é afastada até retornar à sua posição inicial.

Após essas duas operações, quais são as cargas das três esferas?



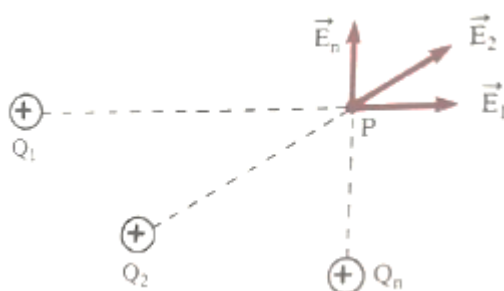
AULA 07

CAMPO ELÉTRICO DE VÁRIAS CARGAS PUNTIFORMES



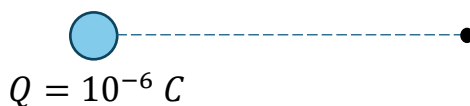
Sejam n cargas puntiformes fixas $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ e um ponto P do espaço.

O vetor campo elétrico resultante $\vec{E}$ das diversas cargas é a soma vetorial dos vetores campo elétrico $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$ que cada carga, individualmente, gera em P .



Façamos alguns exemplos para melhor entender o que é e como se aplica o conceito de campo elétrico de cargas puntiformes.

Exemplo 1: Determine a direção, o sentido e a intensidade do vetor campo elétrico no ponto P da figura.



Resolução:

$$Q = 10^{-6} \text{ C}$$

$$d = 1 \text{ m}$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

Logo,

$$E = k \cdot \frac{|Q|}{d^2}$$

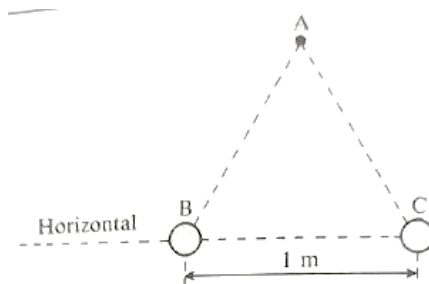
$$E = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{1^2} \Rightarrow E = 9 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

A direção é a mesma da reta que une A e P e o sentido será da esquerda para a direita, pois carga positiva gera um campo de afastamento.

Exemplo 2: Nos vértices B e C de um triângulo equilátero ABC, são colocadas as cargas $+Q$ e $-Q$, respectivamente, onde $Q = 10^{-6} \text{ C}$. Sendo 1 m a medida do lado do triângulo, determine a intensidade, a direção e o sentido do vetor campo elétrico resultante em A e no ponto médio de BC.

Resolução:

Em física é sempre importante conseguirmos visualizar com precisão a situação que se nos apresenta, e a melhor forma disto é desenhando. Temos então a seguinte situação:



a) Em A:

A carga positiva (colocada em B) cria em A um campo de afastamento $\vec{E}_1$ e a carga negativa (colocada em C), um campo de aproximação $\vec{E}_2$. $\vec{E}_1$ e $\vec{E}_2$ tem a mesma intensidade, pois as cargas (iguais em módulo) equidistam de A.

Assim, temos:

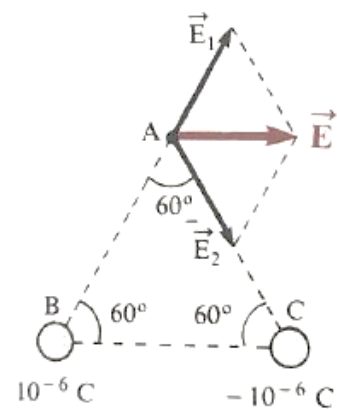
$$E_1 = E_2 = k \cdot \frac{|Q|}{d^2}$$

$$E_1 = E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{1^2} = 9 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

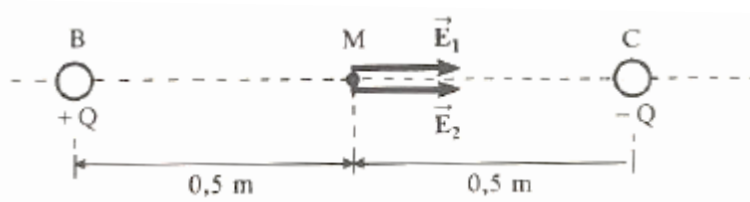
Sendo o triângulo da figura equilátero, tem-se que:

$$E_1 = E_2 = E = 9 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

A direção é horizontal e o sentido, da esquerda para a direita, tal como mostra a figura.



b) No ponto médio de $\overline{BC}$ (M):



A carga $+Q$ (colocada em B) cria um campo de afastamento $\vec{E}_1$ e a carga $-Q$ (colocada em C) cria um campo de aproximação $\vec{E}_2$.

Sendo M o ponto médio de $\overline{BC}$, as intensidades de $\vec{E}_1$ e $\vec{E}_2$ são iguais:

$$E_1 = E_2 = k \cdot \frac{|Q|}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{(0,5)^2}$$

$$E_1 = E_2 = 3,6 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

O vetor campo elétrico resultante será:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

E sua intensidade, dada pela soma:

$$E = 3,6 \cdot 10^4 + 3,6 \cdot 10^4, \text{ pois } \vec{E}_1 \text{ e } \vec{E}_2 \text{ são vetores de mesma direção e mesmo sentido.}$$

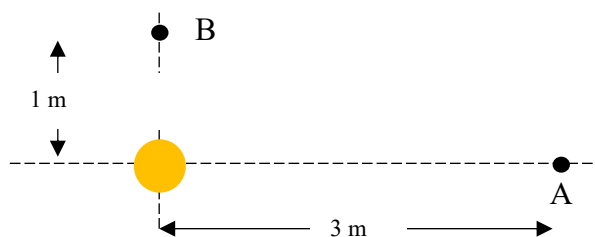
Portanto,

$$E = 7,2 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

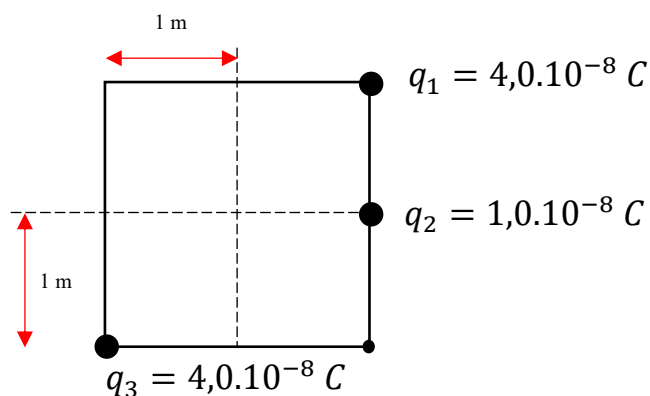
A direção é horizontal e o sentido, da esquerda para a direita.

ATIVIDADES

1. Determine a direção, o sentido e a intensidade do vetor campo elétrico nos pontos A e B da figura. A carga Q vale 10^{-6} C e a constante $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.



2. Três cargas puntiformes estão distribuídas conforme a figura:



Calcule o módulo do campo elétrico resultante, em N/C, no ponto A.

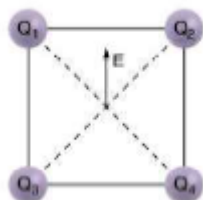
3. Duas pequenas esferas metálicas idênticas, inicialmente carregadas com cargas $Q_1 = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ e $Q_2 = -3,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, são colocadas em contato e depois afastadas uma da outra até uma distância de 60 cm.

a) Qual é a força eletrostática (em intensidade, direção e sentido) que atua sobre cada uma das cargas?

b) Calcule o campo elétrico (em intensidade, direção e sentido) no ponto P situado sobre a mediatriz do segmento de reta que une as duas cargas, a 50 cm de distância de uma delas.

Considere $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$

4. Quatro cargas elétricas pontuais, de módulo iguais, estão fixadas nos vértices de um quadrado, como ilustra a figura a seguir. Para que o vetor campo elétrico resultante $\vec{E}$ no centro do quadrado seja nulo, qual deve ser os sinais das quatro cargas?





AULA 10

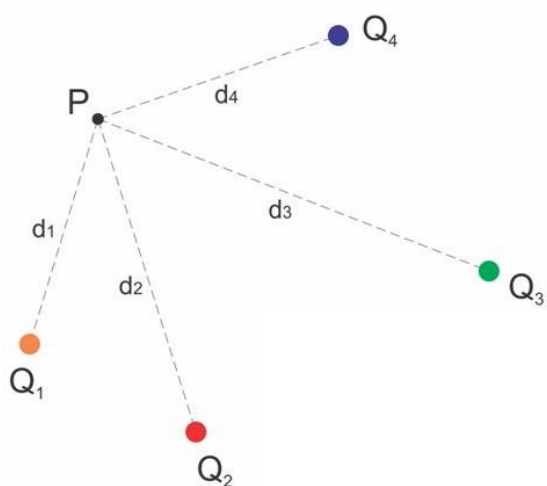
POTENCIAL ELÉTRICO GERADO POR VÁRIAS CARGAS PUNTIFORMES



princípio aplicado para o cálculo do potencial elétrico gerado por uma distribuição de cargas puntiformes em um determinado ponto, em relação ao infinito, é o mesmo que foi utilizado para o cálculo do campo elétrico, ou seja, o princípio da superposição. Assim, o potencial elétrico gerado em um determinado ponto devido a uma distribuição de cargas puntiformes, é o somatório algébrico dos potenciais gerados por cada uma das cargas.

Uma diferença fundamental entre o cálculo do campo elétrico e o cálculo do potencial elétrico é que enquanto aquele é vetorial, este é escalar. Dessa forma, o cálculo do potencial elétrico não envolve a soma de vetores, mas sim a soma de grandezas escalares, levando-se em conta os sinais dos potenciais gerados por cada uma das cargas.

O potencial elétrico no ponto P do campo é a soma algébrica dos potenciais elétricos em P, gerados individualmente pelas cargas $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$



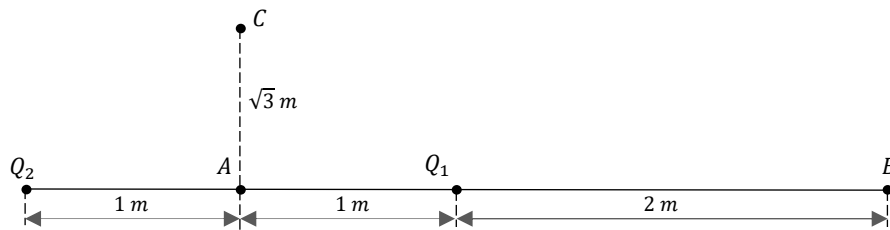
$$V_P = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

Ou

$$V_P = k \cdot \frac{Q_1}{d_1} + k \cdot \frac{Q_2}{d_2} + k \cdot \frac{Q_3}{d_3} + \dots + k \cdot \frac{Q_n}{d_n}$$

O ponto P está sob a influência de quatro diferentes cargas elétricas.

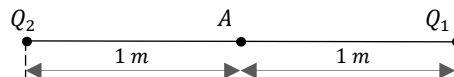
Exemplo 1: Na figura abaixo, $Q_1 = 2\mu C$ e $Q_2 = -4\mu C$. Determine os potenciais elétricos nos pontos A, B e C.



Resolução:

Sabemos que $Q_1 = 2 \cdot 10^{-6} C$, $Q_2 = -4 \cdot 10^{-6} C$ e $k = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 / C^2$

Em A:



O potencial elétrico devido às cargas Q_1 e Q_2 são:

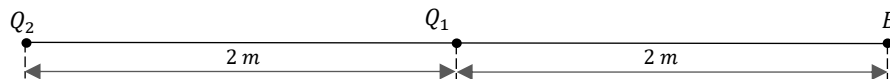
$$V_A = V_1 + V_2$$

$$V_A = k \cdot \frac{Q_1}{d_{AQ_1}} + K \cdot \frac{Q_2}{d_{AQ_2}}$$

$$V_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{1} + 9 \cdot 10^9 \cdot -\frac{4 \cdot 10^{-6}}{1}$$

$$V_A = 1,8 \cdot 10^4 - 3,6 \cdot 10^4 \Rightarrow V_A = -1,8 \cdot 10^4 V$$

Em B:



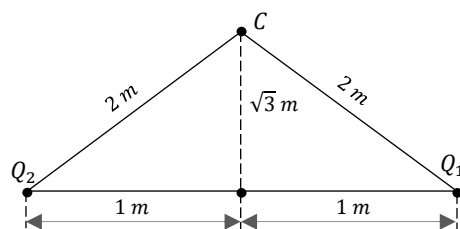
$$V_B = V_1 + V_2 = k \cdot \frac{Q_1}{d_{BQ_1}} + k \cdot \frac{Q_2}{d_{BQ_2}}$$

$$V_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2} + 9 \cdot 10^9 \cdot -\frac{4 \cdot 10^{-6}}{4}$$

$$V_B = 9 \cdot 10^3 - 9 \cdot 10^3 \Rightarrow V_B = 0$$

Em C:

Aplicando o Teorema de Pitágoras nos triângulos retângulos da figura:



$$V_C = V_1 + V_2 = k \cdot \frac{Q_1}{d_{CQ_1}} + k \cdot \frac{Q_2}{d_{CQ_2}}$$

$$V_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2} + 9 \cdot 10^9 \cdot -\frac{4 \cdot 10^{-6}}{2}$$

$$V_B = 9 \cdot 10^3 - 1,8 \cdot 10^4 \Rightarrow V_C = -9 \cdot 10^3 \text{ V}$$

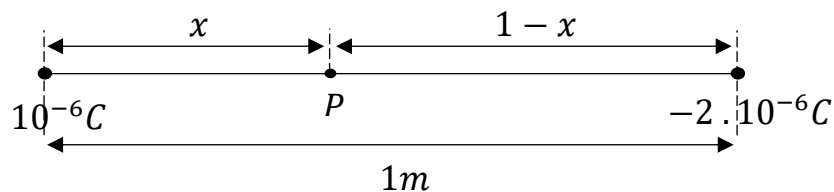
Exemplo 2: Duas cargas pontuais, de valores $10^{-6}C$ e $-2 \cdot 10^{-6}C$, estão separadas de uma distância de 1 m, conforme a figura:



Sabe-se que em P e em pontos infinitamente distantes, o potencial elétrico resultante das duas cargas é nulo. Determine a que distância da carga positiva encontra-se o ponto P.

Resolução:

Em P, os potenciais gerados pelas duas cargas deverão ter o mesmo valor absoluto, mas de sinais opostos, pois $V_1 + V_2 = 0$. Então:



$$V_1 = -V_2$$

$$k \cdot \frac{10^{-6}}{x} = -k \cdot -\frac{2 \cdot 10^{-6}}{1 - x}$$

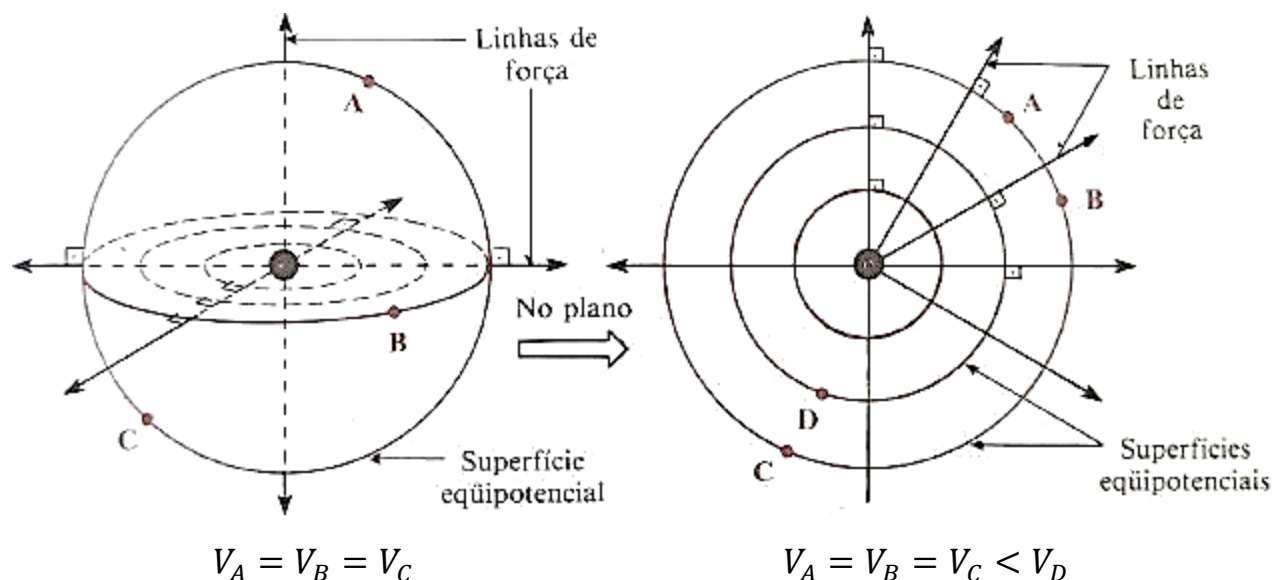
$$1 - x = 2x \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}m$$

Portanto, o ponto P está a $\cong 0,33 \text{ m}$ da carga positiva.

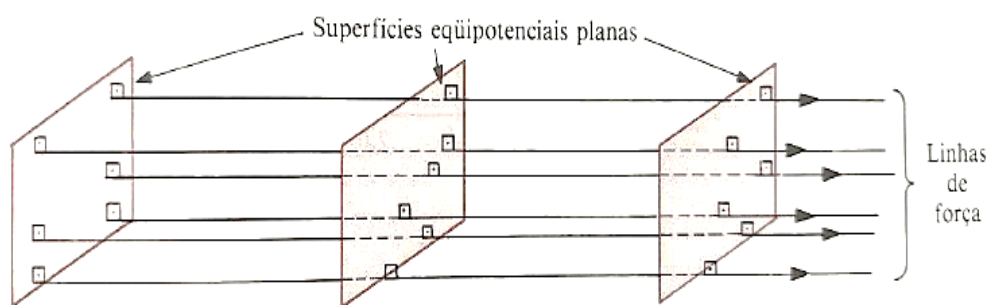
SUPERFÍCIE EQUIPOTENCIAL

O lugar geométrico de todos os pontos do espaço, que tem o mesmo potencial elétrico, é denominado superfície equipotencial.

No campo elétrico de uma carga puntiforme, as superfícies equipotenciais são superfícies esféricas e concêntricas com a carga, pois, através da expressão $V_P = k \cdot Q/d$, conclui-se que, para ter o mesmo potencial, deve-se ter a mesma distância.



Quando o campo elétrico é uniforme, as superfícies eqüipotenciais são planos paralelos entre si e perpendiculares às linhas de força.

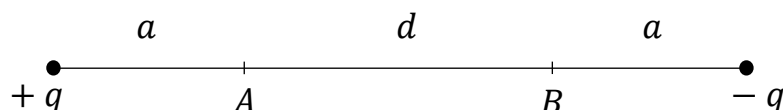


ATIVIDADES

1. Duas cargas elétricas puntiformes, $Q_1 = 4 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ e $Q_2 = -3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, estão localizadas em pontos A e B, separados por uma distância de 10 cm. Calcule o potencial no ponto C, no meio, entre A e B, e no ponto D, a 8 cm de A e a 6 cm de B.

2. O potencial elétrico, a uma distância de 3 m de uma dada carga elétrica, é de 40 V. Se, em dois vértices de um triângulo equilátero de 3 m de lado, forem colocadas duas cargas iguais a esta, qual o potencial, em volts, gerado por essas cargas no terceiro vértice?

3. Obtenha a diferença de potencial entre os pontos A e B da figura abaixo:



Obs.: este é um exercício algébrico, então a resposta será dada em termos das variáveis envolvidas na questão.



AULA 14

CONDUTORES EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO

Para estudar os campos elétricos, não mais de cargas puntiformes e sim de distribuições de cargas em condutores, deve-se considerar que estes estão em equilíbrio eletrostático.

Um condutor está em equilíbrio eletrostático quando nele não ocorre movimento ordenado de cargas elétricas.

Fornecendo-se ao condutor, representado em corte na figura abaixo, a carga elétrica Q , a repulsão mútua das cargas elementares que constituem Q faz com que elas fiquem tão longe uma da outra quanto possível. O maior afastamento possível corresponde a uma distribuição de cargas na superfície externa do condutor.

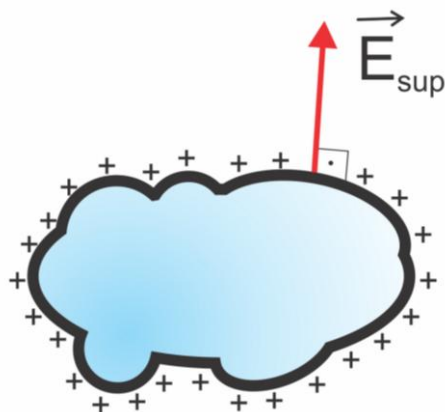


Imagem ilustrativa da distribuição das cargas elétricas em um material condutor e o vetor campo elétrico perpendicular à superfície.

No interior de um condutor eletrizado, de qualquer formato, o campo elétrico é nulo em todos os pontos. Isso pode ser constatado simplesmente notando que, se houvesse campo elétrico no interior do condutor, ele agiria nos elétrons livres, os quais teriam um movimento ordenado sob sua influência, contrariando o conceito de condutor em equilíbrio eletrostático. Contudo, na superfície, o campo elétrico não será nulo. Porém, nesses pontos, o vetor campo elétrico $\vec{E}$ deve ser normal à superfície. Se o vetor campo elétrico não fosse perpendicular à superfície do condutor teria uma componente tangencial, o que provocaria movimento ordenado de cargas ao longo da superfície.

Nas regiões pontiagudas, observa-se empiricamente que a densidade, isto é, a concentração de cargas elétricas é mais elevada. Por isso, nas pontas e em suas vizinhanças o campo elétrico é mais intenso. Quando o campo elétrico nas vizinhanças da ponta atinge determinado valor, o ar em sua volta se ioniza e o condutor se descarrega através da ponta. Esse fenômeno recebe o nome de poder das pontas e como já vimos, é nele que se baseia o funcionamento dos para-raios.

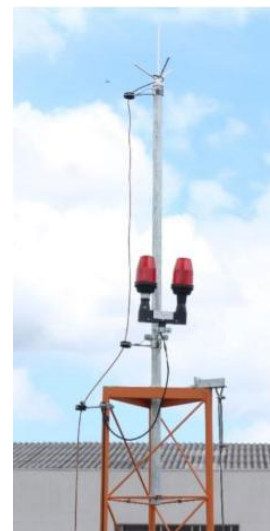
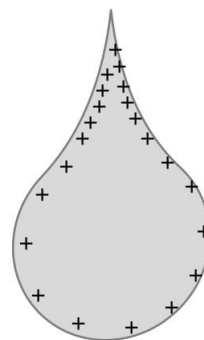
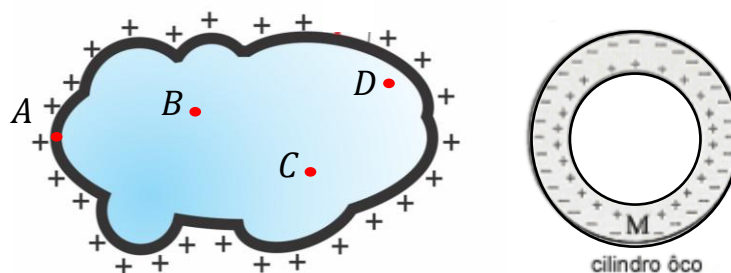


Ilustração da concentração de cargas na região pontiaguda (poder das pontas) e sua aplicação em para-raios.

Evidentemente, não importa se o condutor é maciço ou oco: o campo elétrico no interior é nulo e as cargas se distribuem na sua superfície externa.

O potencial elétrico em todos os pontos, internos e superficiais, de um condutor em equilíbrio eletrostático é constante. Assim, para o condutor da figura abaixo, temos $V_A = V_B = V_C = V_D$.



$$V_A = V_B = V_C$$

O campo elétrico é nulo no interior do condutor em equilíbrio eletrostático, contudo o potencial é igual em qualquer ponto e, à direita, vemos uma representação da distribuição de cargas em um condutor cilíndrico oco.

BLINDAGEM ELETROSTÁTICA

Considere-se um corpo A, neutro e em equilíbrio eletrostático. Envolve-se o corpo A com o condutor B, oco, inicialmente neutro. Carrega-se o corpo B com uma carga Q. No interior do condutor B, o campo elétrico resultante é nulo e o potencial é constante. O condutor A está, então, livre de influências elétricas externas e diz-se que está criada a blindagem eletrostática.



Observe na figura que a esfera do pêndulo eletrostático quando está no interior da gaiola, não sofre influências elétricas do objeto externo eletrizado.

Uma tela metálica envolvendo certa região do espaço também constitui uma blindagem chamada “gaiola de Faraday”.

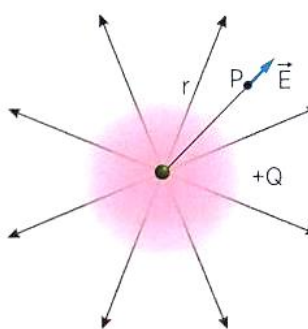
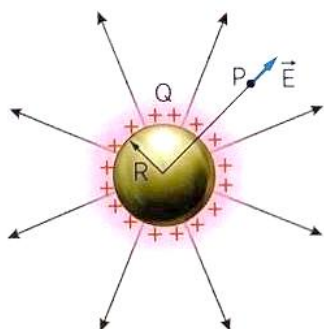
A blindagem eletrostática é muito utilizada para a proteção de aparelhos elétricos e eletrônicos contra efeitos externos perturbadores. Os aparelhos de medidas sensíveis estão acondicionados em caixas metálicas, para que as medidas não sofram influências externas. As estruturas metálicas de um avião, de um automóvel e de um prédio constituem blindagens eletrostáticas.



Exemplo de uma gaiola de Faraday aplicada em um aparelho eletrônico e, à direita, cientista fazendo um experimento com altas tensões produzidas por um gerador de Van de Graaff.

CAMPO E POTENCIAL DE UM CONDUTOR ESFÉRICO

Ao condutor esférico de raio R da figura abaixo fornecemos a carga Q ; ela se distribui uniformemente sobre a superfície externa do condutor, e, no interior, o campo é nulo.



Verifica-se que as linhas de força que representam o campo elétrico dessa distribuição de cargas fora do condutor esférico, são idênticas aquelas ao redor de uma carga puntiforme.

Então, para se determinar o vetor campo elétrico e o potencial elétrico em pontos externos a um condutor esférico eletrizado, supõe-se sua carga Q puntiforme e concentrada no centro:

$$E_{ext} = K \frac{|Q|}{r^2}$$

$$V_{ext} = K \frac{Q}{r}$$

O potencial elétrico do condutor esférico de raio R é o potencial de qualquer ponto interno ou superficial, sendo dado por:

$$V = K \frac{Q}{R}$$

Exemplo 1: Uma esfera metálica, de raio $R = 1 \text{ m}$, está eletrizada com uma quantidade de carga $Q = 20 \mu\text{C}$. Estando a esfera isolada, no vácuo, determine o potencial e a intensidade do campo elétrico em um ponto:

- a) no interior do condutor;
- b) na superfície do condutor;
- c) a 1 m da superfície externa da esfera.

Resolução:

$$Q = 20 \mu\text{C} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

$$R = 1 \text{ m}$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

a) Na região interna:

$$V_{int} = k \cdot \frac{Q}{R}$$

$$V_{int} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-5}}{1} \Rightarrow V_{int} = 1,8 \cdot 10^5 \text{ V}$$

O campo elétrico no interior é nulo: $E_{int} = 0$

b) Na superfície do condutor, tem-se:

$$V_{sup} = V_{int} \Rightarrow V_{sup} = 1,8 \cdot 10^5 \text{ V}$$

A intensidade do campo elétrico na superfície é:

$$E_{sup} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \frac{|Q|}{R^2}$$

$$E_{sup} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-5}}{1^2} \Rightarrow E_{sup} = 9 \cdot 10^4 \text{ V}$$

c) Se o ponto está a 1 m da superfície, então ele está a 2 metros do centro. O potencial elétrico em um ponto externo é:

$$V_{ext} = k \cdot \frac{Q}{d}$$

$$V_{ext} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-5}}{2} \Rightarrow V_{ext} = 9 \cdot 10^4 \text{ V}$$

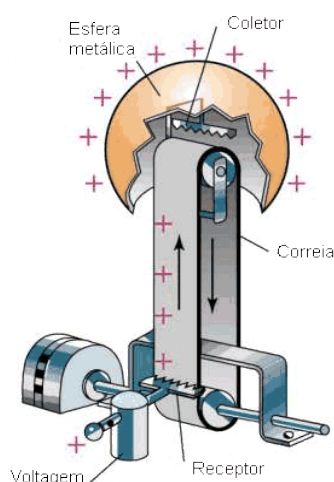
A intensidade do campo elétrico em um ponto externo é:

$$E_{ext} = k \cdot \frac{|Q|}{d^2}$$

$$E_{ext} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-5}}{2^2} \Rightarrow E_{ext} = 4,5 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

GERADOR DE VAN DE GRAAFF

O gerador de Van de Graaff é uma máquina eletrostática que foi inventada pelo engenheiro estadunidense descendente de holandeses, Robert Jemison Van de Graaff, por volta de 1929, para conseguir altas tensões. O primeiro modelo de gerador, que acabou por receber o nome de Gerador de Van de Graaff, em sua homenagem, tem larga aplicação na física atômica como também na medicina e na indústria. Nos laboratórios de ensino médio e superior utilizam-se modelos simplificados desse gerador para fins de demonstrações de eletricidade.



Esquema de funcionamento do gerador de Van de Graaff e seu efeito eletrostático quando uma pessoa eletricamente isolada toca a esfera metálica.

O gerador de Van de Graaff funciona através da movimentação de uma correia que é eletrizada por atrito na parte inferior do aparelho. Ao atingir a parte superior, as cargas elétricas, que surgiram com o processo de eletrização, são transferidas para a superfície interna do metal, sendo então distribuídas para toda a superfície da esfera metálica, ficando carregada de cargas elétricas. Se durante o funcionamento do gerador aproximarmos o dedo ou um

objeto de metal, perceberemos leves descargas elétricas que ocorrem em razão da diferença de potencial.

ATIVIDADES

1. Os dois princípios que regem a eletrostática são: o princípio da atração e repulsão e da conservação das cargas elétricas. A partir destes princípios, explique o que significa dizer que um corpo está em equilíbrio eletrostático.

2. Qual é o princípio de funcionamento de um para-raios?

3. O que é a blindagem eletrostática?

4. Uma esfera condutora de raio R igual a 5 cm está eletrizada com carga $Q = 2 \cdot 10^{-9} \text{ C}$. Qual o potencial dessa esfera?

5. Uma esfera metálica, de raio 30 cm, carregada negativamente com uma quantidade de carga $Q = -6 \mu\text{C}$, encontra-se isolada. Determine o potencial elétrico e a intensidade do campo elétrico em um ponto:

a) a 20 cm do centro da esfera;

b) a 1 m do centro da esfera;

c) na superfície da esfera.



AULA 18

RESISTIVIDADE E RESISTÊNCIA



a aula anterior, vimos que um fio condutor submetido a uma diferença de potencial (voltagem), terá nele uma corrente elétrica. Mas, dado um potencial elétrico com uma certa quantidade de Volts, qual será a intensidade da corrente produzida? Ora, isso dependerá da resistência que o condutor tem ao fluxo de carga. É isso que chamamos de resistência elétrica.

Resistência elétrica é resistência que um condutor oferece ao fluxo de carga.

Ora, esmiucemos então as características da resistência elétrica, e façamos isso com base, novamente, em uma comparação com um objeto mais palpável (não é interessante tentar "palpar" a eletricidade): um cano pelo qual passa um jato d'água.

Imaginemos uma mangueira de jardim conectada a uma torneira. Essa torneira soltará água com uma dada pressão maior que a pressão atmosférica, e essa diferença de pressão torneira-atmosfera fará com que a água atravesse a mangueira e saia pelo outro lado. A água perde energia, e, portanto, velocidade, ao entrar em contato com as paredes da mangueira.

Deste modo, quanto mais longa é a mangueira, maior será a resistência que ela apresentará para o escoamento de água. Isso implicará em um jato mais fraco na saída. De modo análogo, uma mangueira mais grossa terá mais "espaço" para o fluxo de água. Assim, uma fração menor do fluido entrará em contato direto com as paredes da mangueira, perdendo menos energia por arrasto. A resistência é, portanto, inversamente proporcional à espessura do cano (de modo mais rigoroso, à área da seção reta do cano, que, no caso de um cano cilíndrico, é $\pi \cdot r^2$ [r é o raio do cano]).

Por fim, paredes diferentes e fluidos diferentes irão se comportar de modo diferente. O efeito relativo às características do fluido são mais evidentes neste caso: uma torneira de mel certamente levaria a um fluxo muito mais lento do que uma torneira de água! De modo mais exato, a resistência é diretamente proporcional a uma resistência "intrínseca" ao conjunto físico que estamos estudando, que, no caso dos fluidos, depende da chamada viscosidade, da rugosidade da parede do cano e sua forma geométrica.

Em correntes de carga, a situação é muito parecida. Um filamento mais longo terá resistência maior do que um filamento mais curto, em proporção linear (proporção direta). Um fio mais espesso terá resistência menor do que um fio mais fino: a resistência é inversamente proporcional à área do fio. Por fim, existe uma propriedade intrínseca do objeto

condutor, dependente do material do qual ele é feito e de sua estrutura molecular, que torna a resistência maior ou menor. Essa resistência "intrínseca" é chamada de "resistividade".

Resistividade consiste na propriedade característica de um material que expressa a maior ou menor resistência que este opõe ao ser atravessado pela corrente elétrica.

Se possuírmos a resistividade ρ de um dado material, poderemos calcular a resistência R de um fio de comprimento l e a área de seção reta A , por meio da seguinte fórmula:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

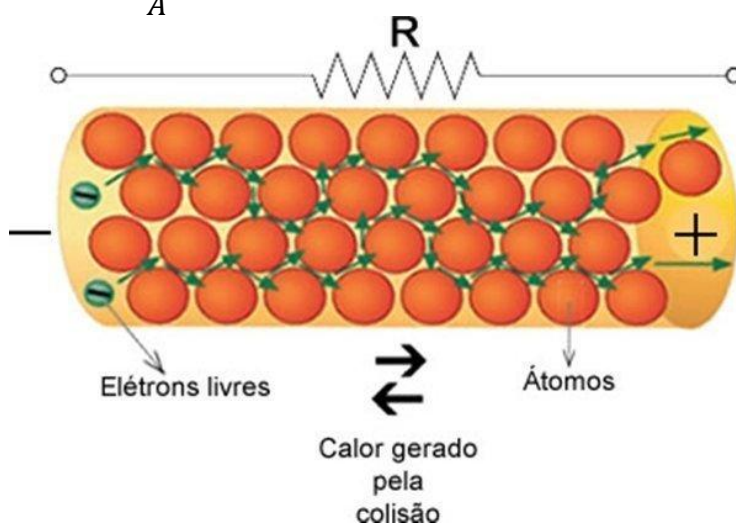
A resistividade é uma grandeza física que, na natureza, aparece em uma quantidade muito grande de ordens de grandeza. Se tomarmos objetos que são excelentes isolantes, como vidro de quartzo, teremos uma resistividade $\rho \approx 5 \cdot 10^{17}$. Se tomarmos excelentes condutores, como o cobre, teremos uma resistividade $\rho \approx 1,6 \cdot 10^{-8}$.

Existe uma razão proporcional a 25 ordens de grandeza entre a resistividade de um bom condutor e a de um bom isolante. Em outras palavras, a resistividade do quartzo fundido é aproximadamente 3 septilhões de vezes maior que a resistividade do cobre. Esse é um número gigantesco, maior do que um número de grãos de areia de todas as praias do mundo somadas.

Um pedaço de quartzo de 1 cm de espessura, de 10 centímetros de comprimento, tem resistência elétrica maior do que um fio de cobre da mesma espessura e do comprimento do universo visível! Essa grande disparidade entre as resistividades de diferentes materiais, é o que torna possível todo o desenvolvimento da eletrônica moderna e de todo o amplo uso que fazemos da eletricidade.

Para se ter uma ideia, as correntes geradas nas grandes hidroelétricas percorrem centenas de quilômetros de fio e são, posteriormente, distribuídas entre milhares ou até milhões de usuários. A tensão (diferença de potencial elétrico) entre os terminais desses fios é muito grande, de modo que seria suficiente para quebrar a chamada resistência dielétrica do ar - a eletricidade sairia, então, do fio, saltando para o ar.

Uma camada fina de esmalte, de apenas **0,1 mm** (espessura de um fio de cabelo) é suficiente para impedir que a corrente saia do fio. Um décimo de milímetro de esmalte possui uma resistência elétrica maior do que centenas de quilômetros de fios de cobre! Coisas da Providência, que tudo conduziu com sabedoria. Embora o desenvolvimento da tecnologia tenha sido caudatário de uma sociedade que abandonou a Deus em seus princípios, destronando-o, a mesma tecnologia permitiu que muitos tivessem acesso à doutrina católica tradicional (por exemplo, via internet) e se educassem mesmo em uma sociedade neopagã.



Os átomos do material oferecem resistência à passagem dos elétrons.

Para compreender o quanto essa disparidade presente nas resistividades é exótica, comparemos com o caso da resistividade térmica. Um bom condutor térmico (por exemplo, o cobre) tem resistividade térmica da ordem de $0,0024 \text{ m} \cdot ^\circ\text{C}/\text{W}$, enquanto um bom isolante térmico, como o poliuretano, tem resistividade térmica da ordem de $50 \text{ m} \cdot ^\circ\text{C}/\text{W}$: um valor apenas 20.000 vezes maior do que o do cobre! Isso está bem distante das 25 ordens de grandeza apresentadas no caso da resistividade elétrica.

Material	Resistividade (Ωm)
Cobre	$1,7 \cdot 10^{-8}$
Alumínio	$2,7 \cdot 10^{-8}$
Grafite	$8,0 \cdot 10^{-6}$
Água salgada	0,2
Silício	$2,3 \cdot 10^3$
Vidro	$10^9 - 10^{13}$
Quartzo fundido	$7,5 \cdot 10^{17}$

A diferença entre materiais condutores e isolantes se baseia justamente na resistividade. Materiais de alta resistividade são isolantes, materiais de baixa resistividade são condutores. Existem materiais intermediários, que são chamados de semicondutores. Um exemplo é o silício. Os semicondutores, dependendo das condições externas, podem se comportar como condutores ou isolantes, o que dá a eles uma grande versatilidade. Sem eles, o transistor, elemento mais fundamental dos circuitos elétricos dos computadores e celulares modernos, jamais poderia ter sido inventado.

Exemplo 1: Que fio possui maior resistência elétrica: um fio de cobre de cem metros de comprimento e área de seção transversal de 1 cm^2 , ou um fio de grafite de 1 metro de comprimento e seção transversal de 10 cm^2 ?

Resolução: Para calcularmos a resistência elétrica, precisamos usar a seguinte fórmula

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

$$1 \text{ cm}^2 = 0,0001 \text{ m}^2 = (0,01\text{m})^2$$

$$10 \text{ cm}^2 = 0,001 \text{ m}^2 = 10 \cdot (0,01\text{m})^2$$

Para o fio de cobre, temos (olhando a tabela):

$$R = 1,6 \times 10^{-8} \cdot 100/0,0001$$

$$R = 1,6 \times 10^{-8} \cdot 1000000$$

$$R = 1,6 \times 10^{-8} \cdot 10^6$$

$$R = 1,6 \times 10^{-2} \Omega$$

E, para o fio de grafite, temos:

$$R = 1,3 \times 10^{-5} \cdot 1/0,001$$

$$R = 1,3 \times 10^{-5} \cdot 1000$$

$$R = 1,3 \times 10^{-2} \Omega$$

Desse modo, os dois demonstram resistência muito equivalentes, embora a resistência do fio de cobre seja, nessas condições, ligeiramente maior.

ATIVIDADES

1. Um fio reto, de seção transversal igual a 5 mm^2 e comprimento igual a 10 metros, é feito de cobre, cuja resistividade pode ser encontrada na Tabela 1. Qual é a resistência elétrica desse fio?

2. Uma resistência elétrica de chuveiro tem resistência de aproximadamente 8.8Ω (220 V e 5500 W de potência). Ela consiste em um fio enrolado feito de uma liga metálica pouco condutora (em geral, ligas de níquel e cromo que possuem resistividade igual a $1.5 \times 10^{-6} \Omega \text{ m}$). Considerando que o fio possui área de seção reta de 3 mm^2 , qual é seu comprimento esticado?

3. Se eu pego dois fios de um mesmo material, qual terá maior resistência se

a) ambos possuírem o mesmo comprimento, mas o segundo for duas vezes mais espesso que o primeiro;

b) ambos possuírem mesma espessura, mas o primeiro for duas vezes mais longo que o primeiro.

4. Considere dois fios de mesmo material, e considere que eles possuem seção reta circular (ou seja, o fio tem o formato de um cilindro muito longo e estreito). Se o fio 1 possuir o dobro do comprimento do fio 2, quantas vezes maior ou menor deve ser o diâmetro do fio 2 para que a resistência de ambos seja igual?



AULA 24

REOSTATOS, FUSÍVEIS E CIRCUITOS RESISTIVOS



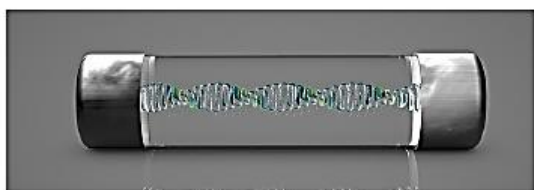
s circuitos elétricos estão por trás de grande parte das invenções tecnológicas mais importantes dos últimos tempos. Muitas vezes, esses circuitos são de difícil fabricação e custam caro, de modo que um curto-circuito que derreta todos os componentes é algo desastroso. Uma invenção muito simples, mas que evita muitos contratempos deste tipo, é o fusível.

O fusível consiste em um pequeno objeto de chumbo ou estanho que é colocado em pontos estratégicos de circuitos elétricos. Se, em virtude de algum processo oculto, a corrente elétrica naquele circuito passa de um determinado valor, o fusível, em virtude novamente do efeito Joule, vai esquentar tanto que derreterá. Como ele faz parte do circuito, seu derretimento corta o circuito, impedindo-o de conduzir essas correntes de valores perigosos.

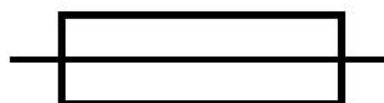
Esses fusíveis (ou componentes mais modernos que cumpram a mesma função de fechar o circuito) também previnem incêndios domésticos que podem advir da sobrecarga na rede elétrica da casa. Não é incomum encontrarmos casas nas quais a chave geral cai quando dois chuveiros são ligados simultaneamente.

O chuveiro é um equipamento que exige grandes correntes elétricas. Para uma tensão de 220 V , um chuveiro de 5000 W exige uma corrente de 22 A . Dois chuveiros desta potência ligados ao mesmo tempo exigem uma corrente altíssima de 44 A , que pode ser danosa para a rede elétrica, se porventura ela não for preparada para suportar tais correntes. Nesse caso, os dispositivos de segurança da rede elétrica da casa irão ser ativados, cortando a corrente.

No caso mais rudimentar, esse dispositivo de segurança é o fusível, que derrete e corta a ligação quando essa corrente passa por ele.



Fusível

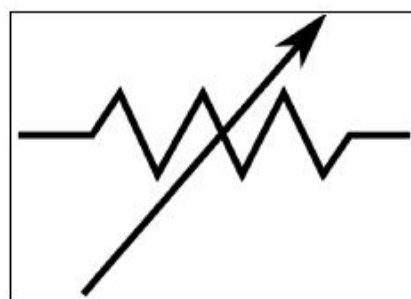


Símbolo que representa um fusível em um circuito

Um outro dispositivo muito importante no contexto de circuitos é o reostato, que é um resistor de resistência variável. Em geral, ele é constituído por um fio de cobre longo e enrolado ligado em algumas hastes e em resistores ligados em série. Dependendo da posição de contato das hastes com os fios, a resistência dele será diferente. Tais dispositivos aparecem, por exemplo, nos botões de volume de aparelhos analógicos de som. Quanto mais se gira o botão no sentido em que o som aumenta, menor será a resistência do reostato e maior será a corrente elétrica, produzindo sons mais intensos. Reostatos descontínuos, nos quais há apenas alguns poucos valores de resistência, são usados em ventiladores e liquidificadores.



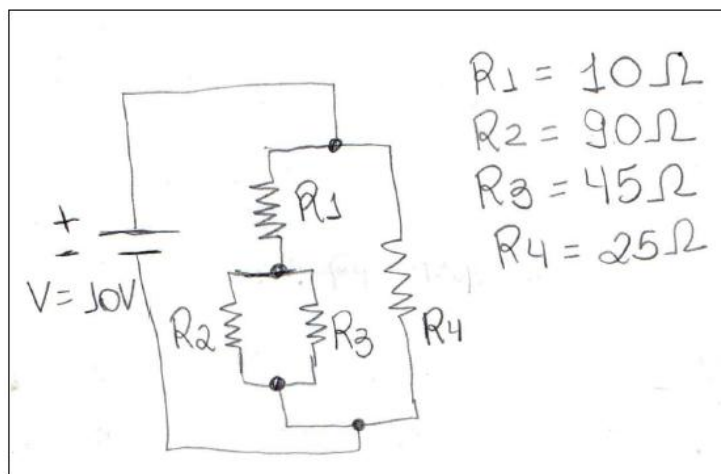
Imagem de um reostato



Símbolo do reostato em um circuito

Por fim, com base em tudo que foi estudado nas últimas seções, analisaremos, do ponto de vista prático, alguns circuitos resistivos (que consistem apenas em resistores e geradores) realistas, nos quais aparecem, simultaneamente, ligações em série e em paralelo.

Exemplo 1: Observe o circuito a seguir, em que alguns resistores estão conectados a um gerador ideal ($r = 0$).



- Qual é a resistência equivalente do circuito?
- Qual é a corrente total no circuito?
- Qual é a corrente em cada resistor?
- Qual é o valor absoluto da diferença de potencial em cada resistor?

Resolução: Para calcular a resistência equivalente, observemos que resistor está em série com que resistor, e que resistor(es) está(ão) em paralelo com que resistor(es).

R_2 e R_3 estão em paralelo, formando uma R_{eq}^1 .

R_1 e R_{eq}^1 estão em série, formando uma R_{eq}^2 .

Todos os resistores estão em paralelo com R_4 : deste modo, a resistência equivalente de R_1, R_2 e R_3 está em paralelo com R_4 , formando a R_{eq} do sistema como um todo.

$$\frac{1}{R_{eq}^1} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{90} + \frac{1}{45} = \frac{3}{90} = \frac{1}{30R_{eq}^1} = 30 \, \Omega$$

$$R_{eq}^2 = R_{eq}^1 + R_1 = 30 + 10 = 40 \, \Omega$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{eq}^2} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{40} + \frac{1}{25} = \frac{5 + 8}{200} = \frac{13}{200} \Rightarrow R_{eq} \approx 15,4 \, \Omega$$

Para encontrar a corrente total, basta dividirmos a tensão nos terminais pela resistência equivalente:

$$i = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{10}{15,4} \cong 0,65 \, A$$

Para encontrarmos a tensão e a corrente em cada resistor, precisaremos, novamente, analisar caso a caso.

Começemos pelo resistor 4, que está sozinho. A tensão absoluta que passa por ele é $10 \, V$, pois ele está diretamente ligado aos terminais do gerador. A corrente que passa por ele é, então,

$$\frac{V}{R_1} = \frac{10}{25} = 0,4 \, A$$

Isso faz com que sobre $0,25 \, A$ para os outros três resistores. Defino essa corrente como i_{123} .

A corrente que passa por R_1 se divide para passar por R_2 e R_3 . Em R_1 , ela será $0,25 \, A$, pois a corrente inteira que sobra tem que passar por ele. O valor absoluto da diferença de potencial nele será:

$$V = i_{123} \cdot R_1 = 0,25 \cdot 10 = 2,5 \, V$$

A corrente i_{123} se divide em duas partes desiguais ao bifurcar no nó que redunde em R_2 e R_3 . A diferença de potencial em ambos, entretanto, é igual. Ela será a diferença de potencial total ($10 \, V$) menos o valor do potencial de R_1 , que com eles está ligado em série.

Isso será:

$$10 - 2,5 = 7,5 \text{ V}$$

Esse potencial passa por R_2 , gerando uma corrente:

$$i_2 = \frac{7,5}{90} = 0,083 \text{ A}$$

e em R_3 , gerando uma corrente,

$$i_3 = \frac{7,5}{45} = 0,1667 \text{ A}$$

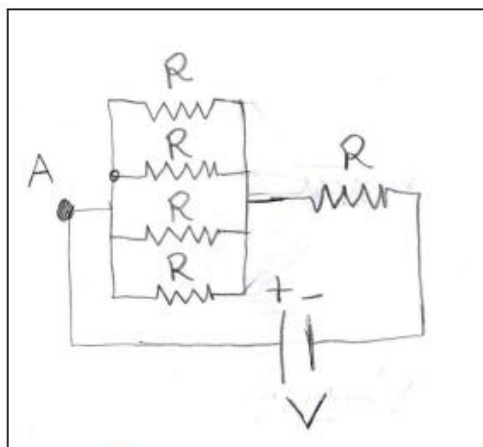
Se somarmos $0,1667 \text{ A}$ com $0,083 \text{ A}$, teremos $0,25 \text{ A}$ (corrente que passa por R_1), de modo que nossos cálculos fazem sentido.

O exercício de resolução de circuitos exige ordem, critério e capacidade de sistematizar.

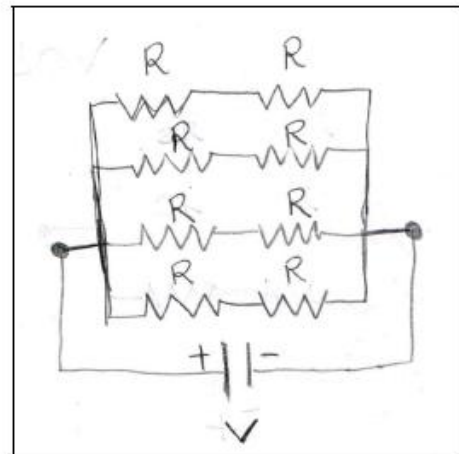
ATIVIDADES

1. Encontre, nos circuitos abaixo, usando $R=100 \Omega$ e $V=10\text{V}$:

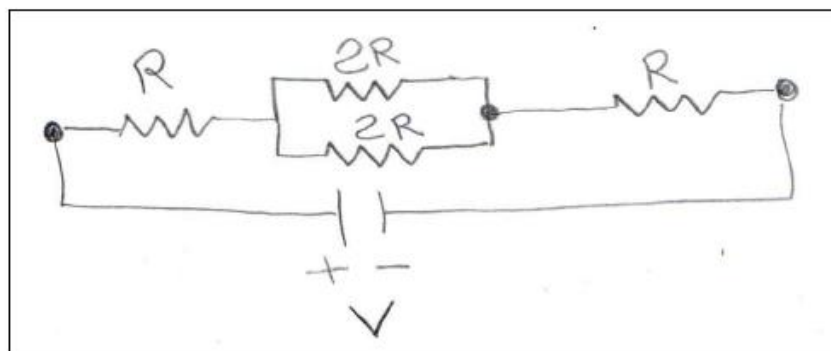
- A resistência equivalente do circuito e a corrente que sai da bateria.
- O módulo da diferença de potencial e o valor da corrente em cada resistor.



Circuito 1



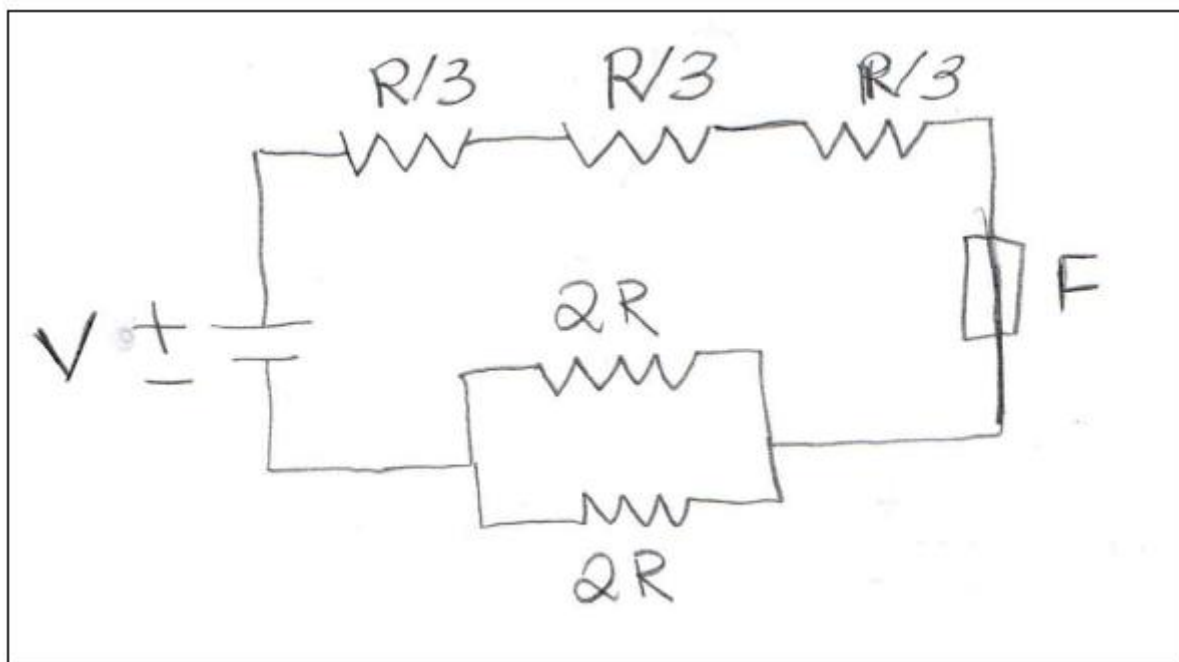
Circuito 2



Circuito 3

2. O fusível do circuito abaixo, expresso pelo símbolo de um retângulo atravessado por um fio, derrete e fecha o circuito se a corrente passar de 15 A . No caso específico dessa

configuração de resistência, qual é o valor mínimo que R deve ter para que o fusível não derreta? Justifique.





AULA 26

GERADORES ELÉTRICOS



a aula anterior, falamos da questão da potência elétrica e do efeito Joule, que está relacionado à dissipação de energia térmica conforme uma corrente corre por uma resistência. Mas o que dá origem a essas correntes elétricas, a essas diferenças de potencial? Já falamos a respeito disso *en passant*, mas agora definiremos e explicaremos em detalhes os chamados **geradores elétricos**, que transformam alguma forma de energia (química, mecânica, etc.) em energia elétrica.

Dos que geram energia elétrica a partir de energia química, temos as **pilhas e baterias**, que funcionam pela troca de elétrons proveniente de processos químicos. A partir de energia mecânica, temos as **usinas**, que com a força do vento (usinas eólicas), água líquida (hidroelétricas) ou do vapor de água fervida pelo calor proveniente da queima de combustíveis fósseis ou de energia nuclear, giram pás que contém nelas imãs, gerando correntes elétricas a partir do fenômeno da indução magnética, que ainda as estudaremos. Existem também as placas solares, que funcionam de um modo diverso, usando de efeitos quânticos para produção de corrente elétrica. O que esses geradores têm em comum é a geração de energia elétrica.



Diversos tipos de pilha



Usina hidroelétrica de Itaipu, e o eixo que acopla a turbina (girada pela água) ao gerador. A hidroelétrica de Itaipu produziu, em 2016, cerca de 106 TWh (106 trilhões de Watts hora), um recorde mundial absoluto.

Todo gerador elétrico tem dois terminais: um positivo e um negativo. O positivo possui potencial elétrico maior e o negativo, potencial elétrico menor. A corrente elétrica, entendida como o movimento de cargas positivas, se move do polo positivo para o polo negativo. Na realidade, são os elétrons (partículas de carga negativa) que se movimentam, o que implica que o sentido convencional da corrente é o **oposto** do movimento real dos elétrons. Para fins práticos, isso não faz diferença.

De certo modo, o gerador funciona de maneira muito parecida com nossos pulmões. A analogia parece esdrúxula, mas não é: entendamos. Nosso sangue chega pelas veias nos pulmões com alta saturação de gás carbônico, que vem da respiração celular. Nos pulmões, esse gás carbônico é trocado por oxigênio, que vêm da nossa inspiração. Esse sangue oxigenado vai, então, para o coração, onde é bombeado para todos os órgãos, que assim pode funcionar corretamente. A força que impele o sangue de um ponto a outro é definido, a grosso modo, por mecanismos de diferença de pressão (é isso que é medido com os aparelhos de aferição de pressão arterial!). De modo análogo, um gerador, impelindo a corrente elétrica por uma diferença de potencial (entre o polo positivo e o polo negativo), faz um aparelho (que contém nele um circuito) funcionar, e essa corrente, que faz o aparelho funcionar, vai até o ponto de menor potencial. Lá, esse gerador coloca de novo essa carga para rodar, jogando-a no polo de potencial positivo para que o movimento continue. Desse modo, **dentro do gerador**, a corrente vai do polo de **menor potencial para o polo de maior potencial**, ou seja, do polo negativo para o polo positivo!

O gerador possui uma determinada potência, que dita a quantidade de energia elétrica que ele consegue gerar por unidade de tempo. Essa potência é determinada pelo produto entre a corrente elétrica que o atravessa e a chamada **força eletromotriz E** , que é gerada por uma diferença de potencial. Em linguagem matemática, podemos escrever

$$P = E \cdot I$$

Ora, a força eletromotriz interna ao gerador é, em geral, um pouco maior do que a diferença de potencial efetivamente sentida pelo circuito externo, que chamaremos de V (determinada pela diferença de tensão entre os polos positivo e negativo do gerador). A potência que os aparelhos efetivamente poderão aproveitar será dada por

$$P = U \cdot I$$

O resto da energia é dissipada, em forma de calor, pela pequena resistência interna da bateria

$$P_{diss} = r \cdot I^2$$

Pelo princípio da conservação de energia, podemos escrever

$$E \cdot I = U \cdot I + r \cdot I^2$$

Ou ainda, dividindo toda a expressão pela corrente

$$E = U + rI$$

De modo análogo ao que foi estudado em termodinâmica, o rendimento η de um gerador é determinado pela razão entre a potência elétrica total e aquela potência que o circuito efetivamente aproveita, ou seja

$$\eta = \frac{U \cdot I}{E \cdot I} = \frac{U}{E}$$

Se escrevermos $E = U + rI$ e multiplicarmos em cima e embaixo por $U - rI$, podemos obter

$$\eta = \frac{U(U - rI)}{U^2 - r^2 I^2} = \frac{U^2 - UIr}{U^2 - r^2 I^2}$$

uma fórmula aparentemente complicada, mas que pode ser útil por não fazer menção explícita à força eletromotriz.

Note que, se a corrente for nula, temos

$$E = U$$

Isso implica que, se colocarmos um voltímetro para medir a diferença de potencial entre os dois terminais de um gerador, o resultado obtido será justamente a força eletromotriz. A diferença entre essa medida da diferença de potencial e a força eletromotriz tanto será maior quanto maior for o produto da resistência interna pela corrente produzida.

Para compreender melhor essas definições, partamos para os exemplos.

Exemplo 1: Um gerador, com $E = 220 \text{ V}$ e $r = 2\Omega$, ligado a um circuito externo, tem potência elétrica de 1200 W . Determine:

A intensidade da corrente que atravessa o gerador.

A potência elétrica útil no sistema e a potência dissipada internamente.

Resolução: A ordem dos dois itens é pertinente, pois podemos obter a corrente pela força eletromotriz e a potência do gerador. Fazemos isso usando a seguinte fórmula

$$P = E \cdot I \rightarrow \frac{P}{E} = I$$

Como $P = 1200 \text{ W}$ e $E = 220 \text{ V}$, temos

$$I = \frac{1200}{220} \approx 5,454 \text{ A}$$

A energia dissipada no interior da bateria é, então

$$P_d = I^2 \cdot r = 5,454^2 \cdot 2 \approx 59,5 \text{ W}$$

E o que nos permite calcular a potência elétrica útil no sistema, fazendo

$$U = E - rI = 1200 - 59,5 = 1140,5 \text{ W}$$

Exemplo 2: Um gerador de força eletromotriz E e resistência interna r alimenta uma lâmpada. A diferença de potencial nos terminais da lâmpada é de 220 V e a corrente que a atravessa, 2 Amperes . O rendimento do gerador é de 85% . Quais são os valores da força eletromotriz e da resistência interna?

Resolução: O rendimento é a razão entre a diferença de potencial efetiva e a força eletromotriz

$$\eta = \frac{U}{E} \rightarrow E = \frac{U}{\eta} = \frac{220}{0,85}$$
$$\eta \approx 258,8 \text{ V}$$

Sabendo qual é o valor de E , podemos encontrar a resistência interna

$$U = E - rI \rightarrow r = \frac{E - U}{I} = \frac{258,8 - 220}{2} = 19,4\Omega$$

ATIVIDADES

1. Um gerador de força eletromotriz 12 V e resistência interna 2Ω está ligado em um circuito externo, no qual a tensão entre os terminais é medida em 10 Volts .

- Qual a intensidade da corrente que o atravessa?
- Qual é a potência total do gerador?
- Qual é a potência efetiva do gerador, que o circuito consegue aproveitar?
- Qual é o rendimento desse gerador?

2. Um voltímetro mede uma diferença de potencial de 180 Volts em um gerador desconectado de qualquer circuito. Se eu o conecto em um circuito, a corrente medida é de 5 A e a diferença de potencial medida é de 172 Volts .

- a) Qual é a força eletromotriz do gerador?
- b) Qual é a resistência interna da bateria?
- c) Qual é o rendimento desse gerador?

3. No chamado curto-circuito, a corrente roda pelo circuito sem resistência, o que pode acontecer se, por exemplo, ligarmos um terminal ao outro com um fio condutor. Considerando os conhecimentos prévios e que a bateria possui resistência interna r , qual será a corrente gerada em um gerador de força eletromotriz E ? Qual será o calor dissipado, por segundo, nessa resistência? Use $r = 5 \, \Omega$ e $E = 50 \, \text{V}$.



AULA 29

RECEPTORES ELÉTRICOS



esta aula, falaremos a respeito dos receptores elétricos, definindo o que são e descrevendo as leis fundamentais a respeito de seu comportamento elétrico. Chamamos de **receptor elétrico** um elemento de circuito que transforma energia elétrica em alguma outra forma de energia que não seja **exclusivamente** energia térmica. Isso o diferencia de um resistor, que dissipa, em forma de calor, toda a energia elétrica proveniente de uma corrente e de uma diferença de potencial.

Não é difícil imaginarmos exemplos de receptores. Um primeiro tipo é aquele constituído pelos **motores elétricos**, que transformam energia elétrica em energia mecânica. Engana-se quem pensa que tais motores se reduzem àqueles dos carros elétricos – pelo contrário: os motores elétricos são ubíquos no meio doméstico, aparecendo nos liquidificadores, nos ventiladores, nos cortadores de grama elétricos, nas batedeiras, nas máquinas de lavar roupa, etc. A lista se estende indefinidamente.

Uma outra categoria de receptores elétricos é a dos **acumuladores**, que, por meio de processos estudados em Química, transformam energia elétrica em energia química, para que essa energia química possa novamente ser transformada em energia elétrica em outra ocasião. Um exemplo muito clássico disso é o das **baterias recarregáveis**, como as baterias de notebook, de celular e até as baterias de carro (o motor gira e produz, por meio do alternador, energia elétrica, que carrega a grande bateria de arranque do carro).

De modo, geral, podemos dar a seguinte definição:

Um receptor elétrico é um aparelho que transforma energia elétrica em outra forma de energia. A forma de energia resultante não pode ser exclusivamente térmica.



Um liquidificador e uma bateria recarregável, exemplos de receptores elétricos.

Um receptor recebe energia elétrica (potencial maior), usa uma parte (obviamente não total, pois existe alguma dissipação de calor, pela impossibilidade de termos motores de rendimento perfeito) e devolve corrente ao potencial menor. Se há dissipação de calor, é porque existe, nos receptores, uma resistência interna r' análoga àquela interna ao próprio gerador.

Em geral, os motores elétricos vêm com uma indicação a respeito da potência que elas são capazes de gerar. Essa potência é a potência útil, que pode efetivamente ser usada, e não leva em conta a parte da energia que se torna calor. Essa potência elétrica útil é diretamente proporcional à intensidade da corrente que o atravessa, ou seja

$$P_{util} = E' \cdot I$$

A constante de proporcionalidade, E' , tem unidade de tensão. Ela é denominada **força contraeletromotriz** do receptor

$$E' = \frac{P_{util}}{I}$$

Nos receptores, a corrente entra no polo de potencial maior e sai no polo de potencial menor: em um diagrama de circuitos, o símbolo para o receptor é exatamente igual ao do gerador, mas com a corrente passando por ele no sentido oposto!

A potência que entra em um receptor é, como já vimos, maior do que a potência que é efetivamente útil na geração de trabalho ou de energia química. Definimos essa potência como:

$$P = U' \cdot I$$

Sendo U' a diferença de potencial entre os terminais. A energia útil é:

$$P_{util} = E' \cdot I$$

e a energia dissipada é dada pela lei de Joule:

$$P_{diss} = I \cdot r^2$$

Pelo princípio da conservação de energia, a potência P de entrada deve ser igual à soma da potência útil com a potência dissipada:

$$P = P_{util} + P_{diss}$$

E o rendimento do motor elétrico (ou do acumulador) é a razão entre a potência útil e a potência que é fornecida ao aparelho. Note que, nas grandezas que se referem ao receptor, convencionou-se usar um apóstrofo, uma linha, logo em seguida ao símbolo que o representa, para diferenciá-lo daquele relativo ao gerador

$$\eta' = \frac{P_{util}}{P} = \frac{U' \cdot I}{E' \cdot I} = \frac{U'}{E'}$$

E podemos, dado tudo isso, definir a equação fundamental do receptor, que lembra muito àquela do gerador:

$$U' = E' + r' \cdot I$$

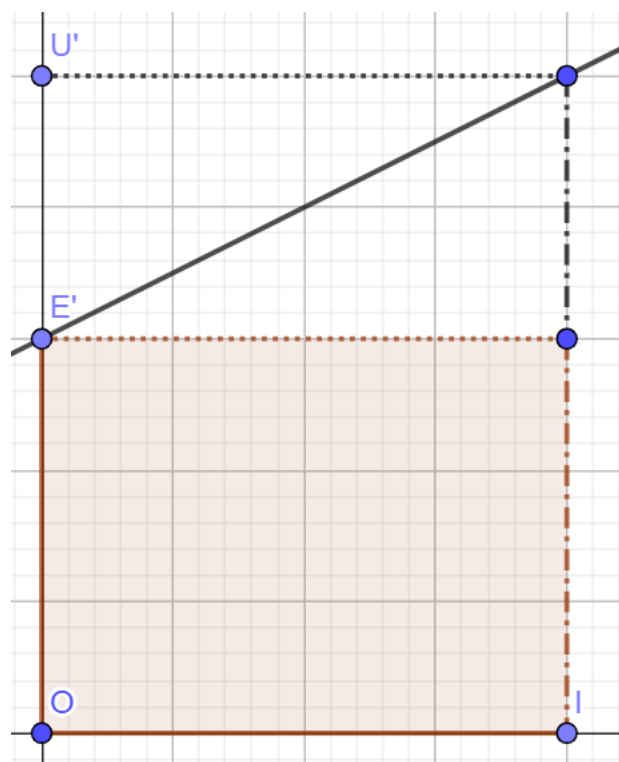
Essa equação fundamental que, assim como aquela do gerador, é uma equação de primeiro grau, dá origem à uma curva fundamental, relativa a $U(I)$. Vejamos alguns aspectos a respeito dessa curva, para que possamos compreendê-la e traçá-la:

O coeficiente angular da curva é r' : como ele é positivo, temos que U' cresce com I .

Quando a corrente é nula (motor desligado), a diferença de potencial “útil” é a própria diferença de potencial entre os terminais do receptor.

Com um gráfico de E' por I , podemos traçar um retângulo, cuja área é a potência útil de nosso receptor.

Com essas informações, podemos traçar a curva característica:



Curva característica do receptor: o eixo x é a corrente e o eixo y , a potência U' .

Um fato muito interessante a respeito dos receptores é que alguns deles podem funcionar como **geradores** (ou geradores podem funcionar como receptores) se o sentido da corrente for invertido – esses são os chamados geradores reversíveis. Um exemplo clássico disso é a bateria de carro: quando alguém gira a chave do carro no contato, a bateria do carro gera uma forte corrente elétrica que incendeia a mistura ar-combustível. Esse é um processo que transforma energia química em energia elétrica, algo típico de um gerador. Entretanto, quando o motor gira a corrente do alternador, há a geração de corrente elétrica que entra na bateria, carregando-a. Isso acontece enquanto o carro está andando e não existe mais a necessidade de faíscas elétricas para acender o combustível, pois a reação já está acontecendo de modo espontâneo. A diferença de potencial gerada pelo alternador é **maior** do que aquela gerada pela própria bateria.

Se olharmos para as curvas características dos geradores e dos receptores, veremos que vale a seguinte relação:

$$U' > E > U$$

Se a diferença de potencial ao qual o objeto estiver submetido for maior do que a diferença de potencial do gerador, então o gerador se comportará como receptor e E será uma força contraeletromotriz. Se U for menor do que E , o gerador funcionará como gerador mesmo. Isso explica **por que não consideramos associações de geradores de força eletromotriz diferente!** Os geradores de menor força eletromotriz atuam ali, como receptores.

Uma coisa importante é notarmos que, se algo travar o motor, impedindo seu funcionamento (o que pode acontecer, por exemplo, se colocarmos um dedo para segurar a hélice do ventilador), a força contraeletromotriz é nula. Desse modo, a equação fica:

$$U' = r' \cdot I$$

E temos o valor máximo da corrente:

$$I = U'/r'$$

Essa grande corrente pode causar aquecimento no receptor, o que pode redundar em danos estruturais e incêndios.

Para concluirmos esta aula, façamos alguns exemplos e desenvolvamos algumas atividades.

Exemplo 1: Um motor elétrico, percorrido por corrente de intensidade 15 A, transforma 120 W de potência elétrica em potência mecânica. Calcule a força contraeletromotriz (f_{cem}) do motor.

Resposta: Para calcular a força contraeletromotriz, basta sabermos que ela é a razão da potência pela corrente transmitida por ela. Em linguagem matemática, isto significa

$$E' = \frac{P_{util}}{I} = \frac{120}{15} = 8 \text{ V}$$

Exemplo 2: Um motor está ligado no 220 V. Se eu o travo, a corrente que passa por ele é de 80 A. Se eu o deixo rodar, a corrente cai para 20 A. Qual é a força contraeletromotriz E' e a resistência interna r' do motor?

Solução: Em primeiro lugar, vamos calcular a resistência interna dividindo a tensão U' pela corrente I no caso do motor travado

$$r' = \frac{U'}{I} = \frac{220}{80} = 2,75 \Omega$$

Com isso, e usando a corrente de 20 A que aparece quando o motor está rodando em plena capacidade, podemos calcular a força eletromotriz empregando a equação fundamental do receptor e o recentemente calculado valor da resistência interna:

$$U' = E' + r \cdot I \rightarrow E' = U' - r \cdot I = 220 - 2,75 \times 20 = 165 \text{ V}$$

ATIVIDADES

1. Um motor elétrico possui força contraeletromotriz igual a 200 Volts. Se ele for ligado no 220 V, o motor dissipa cerca de 40 W.

- a) Qual é a resistência interna do motor?
- b) Qual é a intensidade da corrente que o atravessa?

2. Um motor tem uma certa curva característica, que possui as seguintes propriedades:

Quando a corrente é nula, a tensão U' é de 200 Volts

Quando a corrente é de 100 A, a tensão U' é de 300 Volts

- a) Escreva a curva característica desse motor.
- b) Qual é potência dissipada por esse motor se ele rodar ao longo de um dia?

3. A diferença de potencial entre os terminais de uma bateria, quando está gerando corrente, é de 10 V e a corrente que a percorre é de 2 A. Quando ela é carregada, funcionando como receptor, a diferença de potencial sobre ela é de 15 V e a corrente que nela flui é de 2 A.

- a) Qual é a resistência interna dessa bateria?
- b) Qual é a sua força eletromotriz?



AULA 33

CAPACITORES E CAPACITÂNCIA



pós um estudo extensivo de geradores, receptores e resistores, é preciso informar que o processo de aprendizado de eletrodinâmica e eletromagnetismo ainda está em seus prolegômenos, em seus primeiros passos. Um próximo passo é compreender o que são os **capacitores**. Esse é o objeto desta aula: definir os capacitores e também a grandeza que é mais importante e que mais os define enquanto capacitores: a **capacitância**.

Para compreendermos o que é um capacitor, consideremos um condutor isolado. Um condutor é um objeto no qual pode ocorrer condução de eletricidade. Isso faz com que ele se comporte de um modo bem característico ao ser carregado eletricamente – não haverá cargas elétricas na parte interna do condutor, mas apenas em sua superfície. Sim: a corrente elétrica não passa **por dentro** do fio, ela corre pelas suas bordas, apenas pela superfície do fio. Tentemos compreender: imagine que carreguemos um condutor com uma carga elétrica Q . Essa carga, em um primeiro instante, estará distribuída de modo homogêneo pelo condutor. Cada elétron, cada elemento de carga elétrica, irá gerar ao redor de si um campo elétrico, que, ao interagir com outros elétrons, produzirá forças repulsivas. Deste modo, os elétrons rapidamente fugirão para a superfície do condutor, empurrados por essas forças, de modo que, após um instante muito breve de tempo, todos esses elétrons estarão na superfície, organizados de um modo tal que as forças repulsivas estarão canceladas entre si (via soma vetorial).

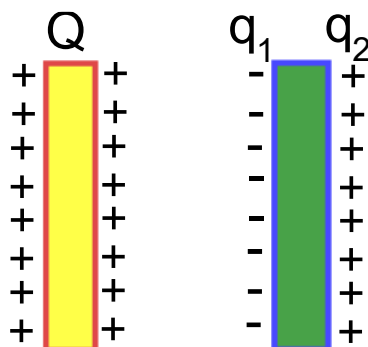
Compreendido isso, voltemos ao condutor isolado. Se colocarmos uma carga Q nesse objeto, o potencial elétrico dele será V . A relação entre a carga total no objeto e seu potencial elétrico é linear, dada por:

$$Q = CV$$

Onde o coeficiente de proporcionalidade C entre a carga e o potencial é a chamada **capacitância**. Essa grandeza mede a capacidade que um objeto tem de guardar nele carga elétrica, dado seu potencial elétrico.

Se pegarmos esse condutor, já com carga Q , e o aproximarmos de um outro condutor, este neutro, as cargas do condutor carregado irão atrair as cargas livres do condutor neutro. Se, por exemplo, o condutor carregado estiver carregado positivamente, essas cargas positivas atrairão as cargas negativas do outro condutor. Como o outro condutor é neutro, isso gerará

uma aglomeração de cargas positivas no ponto deste condutor que estiver mais distante do condutor carregado. Isso pode ser compreendido observando a figura abaixo.



O condutor que possui uma carga Q terá potencial V . A carga q_1 induzida por ele no condutor neutro irá dar origem a um potencial negativo $-v_1$, enquanto a carga $q_2 = -q_1$ induzida do outro lado irá gerar um potencial positivo v_2 . Ambos os potenciais variam com a posição: como a parte positiva está mais distante do condutor carregado do que a parte negativa, na superfície do condutor carregado, teremos $|v_1| > |v_2|$. Desse modo, $-v_1 + v_2 = -v$, $v > 0$, e esse potencial somar-se-á com o potencial V , diminuindo-o **sem** que, com isso, a quantidade total de carga no condutor carregado mude! O experimentador precisaria colocar dentro dele mais uma carga q para que o potencial nele voltasse a ser V . Em linguagem matemática, teríamos:

$$(Q + q) = C'V$$

Onde $C' > C$. Aumentamos a capacitância!

Note que, quanto maior (em valores absolutos) for a indução no condutor vizinho, descarregado, maior será a capacitância obtida.

Para maximizarmos a capacitância, precisamos impor duas condições:

O condutor descarregado deve ser ligado, por meio de um fio condutor, à terra (é o chamado **aterramento**). Essa ligação deve ser feita na extremidade mais distante do condutor carregado. A diferença de potencial entre a terra (por definição, $V = 0$) e a parte positiva do condutor com cargas induzidas ($V > 0$) fará com que surja uma corrente positiva do condutor para o chão. Essa carga positiva vai embora, de modo que o potencial gerado por ela não mais “interferirá” com o potencial negativo gerado pelo outro lado do condutor. Assim, teremos:

$$V' = V - v_1$$

$$v = v_1$$

Se o condutor carregado envolver totalmente o condutor descarregado, a indução será total: a carga induzida no outro condutor será igual em magnitude e terá sinal inverso à carga presente no condutor carregado.

Se as duas condições forem satisfeitas, temos um **capacitor**. O termo “capacitor” foi utilizado pela primeira vez por Alessandro Volta (1745 – 1827) em 1782 (embora os primeiros capacitores, devidos à Ewald Georg von Kleist (1700-1748) e Pieter van Muschenbroek (1682-1761), tenham sido inventados quase 40 anos antes). O termo foi cunhado porque esse arranjo específico de condutores possibilita armazenar uma maior densidade de carga elétrica do que seria possível em um condutor isolado qualquer.

Agora, falemos das grandezas importantes em um capacitor.

Chamamos os dois condutores que constituem o capacitor de **armaduras** ou **terminais** do capacitor. A carga na armadura positiva é chamada **carga** do capacitor. A diferença de potencial U do capacitor é definida pela diferença entre o potencial no terminal positivo (chamemo-lo de A) e o potencial no terminal negativo (chamemo-lo de B).

$$U = V_A - V_B$$

Se aumentarmos U (gerando uma diferença de potencial maior por meio de uma bateria, por exemplo), a carga “guardada” no capacitor também aumenta. Como dissemos no início, há uma proporcionalidade direta entre a carga e o potencial. O coeficiente de proporcionalidade entre estes dois é justamente a **capacitância**.

$$C = \frac{Q}{U}$$

Quanto maior a capacitância, maior a capacidade que o capacitor tem de armazenar cargas.

A unidade de medida de capacitância é o Coulomb por Volt. Quando um capacitor tem capacitância tal que, para um Volt de diferença de potencial, a carga armazenada seja 1 Coulomb, dizemos que sua capacitância é **1 farad**. Essa é a unidade de medida de capacitância segundo o Sistema Internacional de Unidades. Em aplicações cotidianas, essa capacitância é gigantesca: são muito mais utilizados os submúltiplos microfarad (1 farad dividido por um milhão), nanofarad (1 farad dividido por um bilhão) e picofarad (1 farad dividido por um trilhão)!

Os capacitores, por essa sua propriedade de armazenamento de carga, possuem vastas aplicações tecnológicas. Dentre elas, podemos citar:

Armazenamento de energia. Deste modo, um capacitor pode ser utilizado como uma bateria “instantânea”, de carga-descarga rápida.

Aplicações em circuitos retificadores (que transformam corrente alternada em corrente contínua), conversores e reversores (no qual há inversão do sentido da corrente).

Supressão de correntes em certas frequências, servindo como filtro.

Partida de motores.

Processamento de sinal.

Criação de osciladores elétricos.



Capacitor de partida de motor

ATIVIDADES

1. Qual será a capacitância de um capacitor no qual $U = 220 \text{ V}$ e $Q = 1 \text{ mC}$?
2. Um capacitor tem capacitância de 50 nF (nanofarads). Considerando uma diferença de potencial $U = 12 \text{ V}$ entre as armaduras, que carga poderemos armazenar nele?
3. Descreva como poderíamos montar um capacitor usando duas placas condutoras e um gerador.



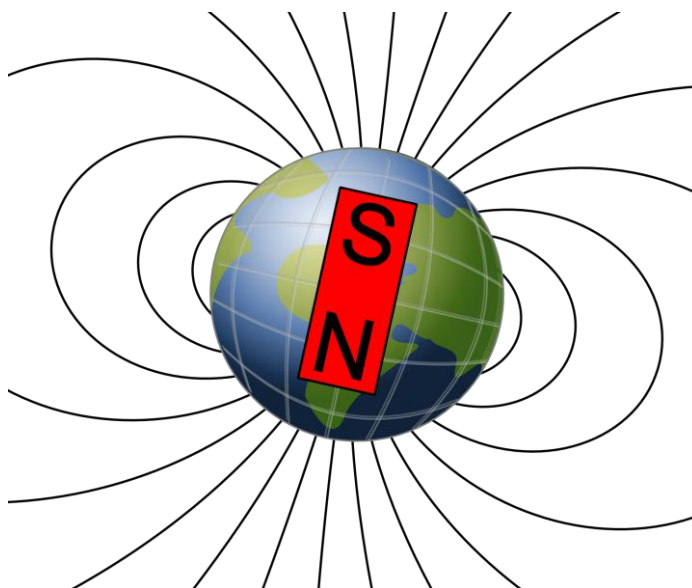
AULA 40

O CAMPO MAGNÉTICO



a aula passada, demos os primeiros passos rumo ao entendimento deste novo campo de fenômenos físicos que se desenrolam diante de nós: o magnetismo. Vimos, por exemplo, que o polo norte de um ímã atrai o polo sul de outros ímãs, e o polo sul de um ímã atrai o polo norte de outros ímãs e repele outros polos sul. O que leva à atração ou à repulsão? Lembrando-nos do que vimos em gravitação e eletrostática, isso nos sugere a existência de um **campo**, que denotaremos **campo magnético** ou **indução magnética**. Neste caso, associaremos a cada ponto do espaço um vetor $\vec{B}$, denotado vetor indução magnética ou vetor campo magnético.

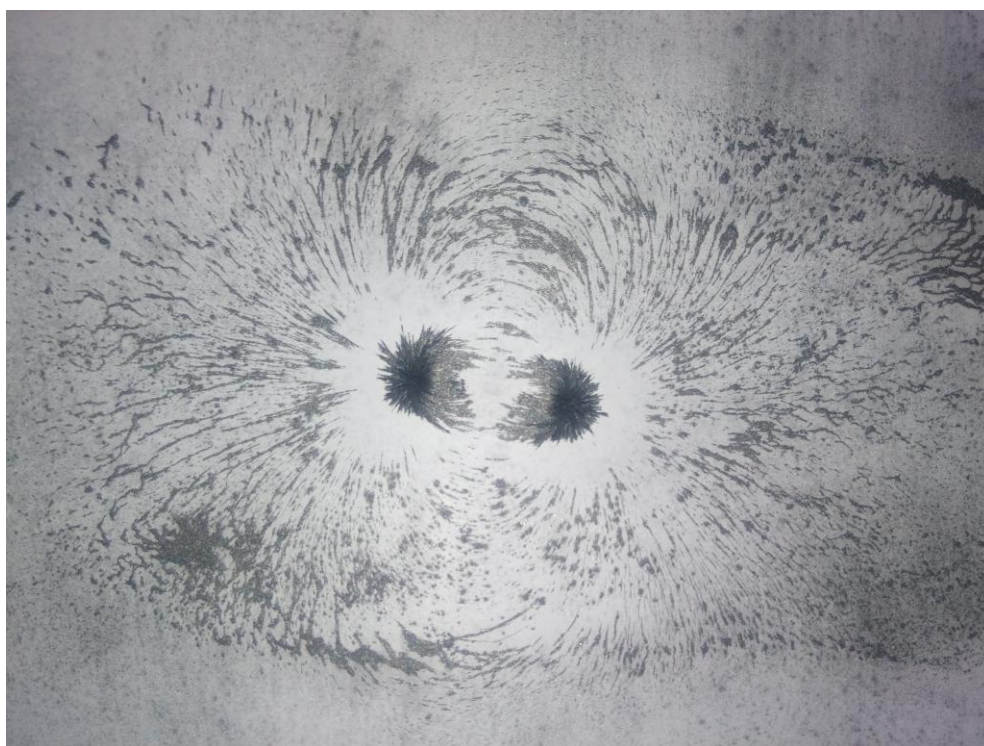
Como o vetor campo magnético é um vetor, temos que ele possui magnitude, direção e sentido. Considere, portanto, que tenhamos um ímã bastante comprido e fino, que chamaremos de **agulha magnética** (é do mesmo tipo daquilo que é utilizado nas bússolas). Se colocarmos essa agulha magnética dentro de um campo magnético mais forte (por exemplo, perto de um ímã), essa agulha irá se inclinar, alinhando-se com a **direção** do campo. O sentido norte da agulha dita qual é o sentido do campo – se é “indo” ou “vindo”. Ora, isso sugere (o que é verdade!) que o próprio planeta Terra tenha um campo magnético! Como o polo norte do ímã aponta para o hemisfério norte, isso sugere que o hemisfério norte seja o polo **sul** do grande ímã que é a Terra (dizer que a Terra para um dipolo, por dois polos magnéticos, é uma aproximação).



Esquema do campo magnético da Terra

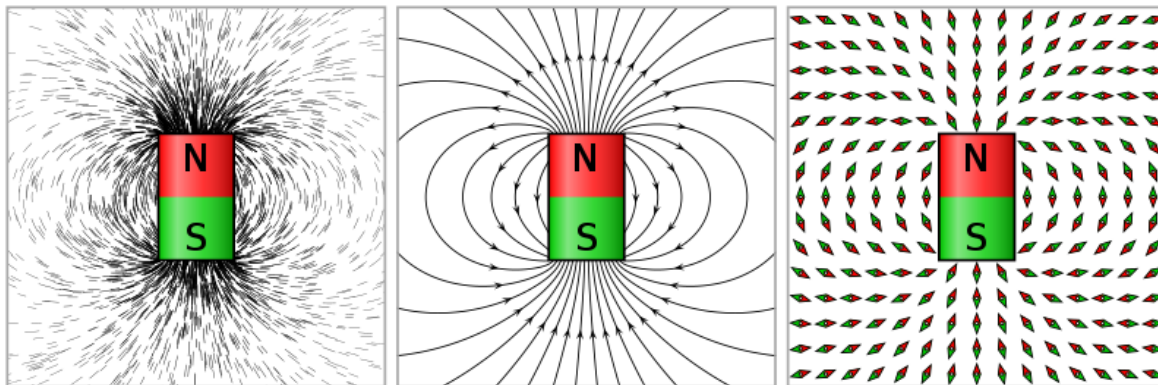
Quando falávamos, em eletrostática, de cargas elétricas pontuais, a direção do campo elétrico resultante era meramente radial, ou seja, se desenhássemos uma esfera cujo centro fosse a carga, as linhas do campo elétrico seriam exatamente perpendiculares à superfície dessa esfera. No caso das linhas de indução ou linhas de campo magnético, a coisa é diferente: o campo magnético aponta para direções estranhas, curvando-se sobre si mesmo, nascendo e morrendo no próprio ímã.

Como podemos perceber, de modo simples e factível, a direção das linhas de campo produzidas por um ímã? Se colocarmos ferro “moído” (limalha de ferro) ao redor de um ímã, o campo magnético deste irá transformar cada pedacinho de ferro em um outro pequeno ímã. Cada um desses pequenos ímãs irá, portanto, se organizar ao redor do campo de acordo com a direção do campo naquele ponto.

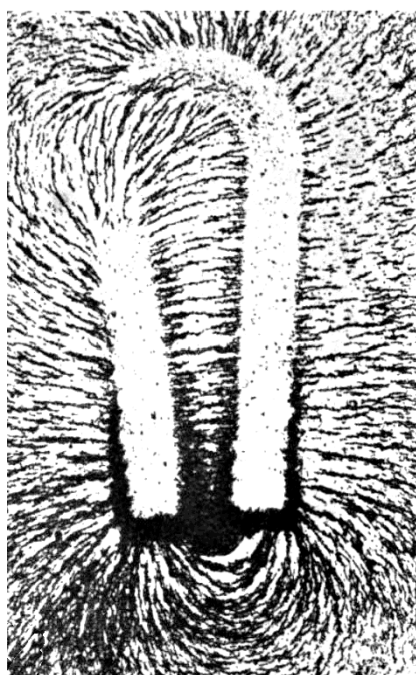


Esse é o desenho formado após distribuirmos limalha de ferro ao redor de um ímã, que se encontrava no centro e posteriormente foi retirado. As linhas especificam as direções das linhas de campo magnético, ou seja, a direção que o campo magnético possuía em cada ponto.

Um ponto interessante a respeito das linhas de campo magnético é que elas saem do polo norte e chegam até o polo sul do ímã. Isso faz com que as linhas de campo assumam direções complexas, bem diferentes do esquema radial formado pelas linhas de campo elétrico causadas por uma carga pontual. Isso pode ser observado na figura acima, onde o pó de ferro assume as direções do campo magnético local naqueles pontos.



Três diferentes modos de se representar o campo magnético de ímãs tipo bastão.



Nos ímãs tipo “U” ou tipo “ferradura”, a limalha de ferro se acumula ao redor dos dois polos. Entretanto, “dentro” do U, a limalha de ferro se organiza de modo praticamente horizontal! Nesse caso específico, temos aquilo que podemos chamar de **campo magnético uniforme**, que é o campo magnético no qual temos, em todos os pontos do espaço, o mesmo valor de $\vec{B}$, incluindo magnitude, direção e sentido. Na figura ao lado, podemos visualizar como as linhas de campo são praticamente horizontais na região entre as duas barras do ímã.

Agora que já falamos um pouco a respeito da direção do campo magnético, falemos um pouco mais a respeito de sua intensidade. Assim como acontece no caso do campo elétrico e do campo gravitacional, o que define a intensidade do campo magnético é a intensidade da força que age sobre outros ímãs. Isso, em geral, é complicado de medir e definir. Um outro modo de medirmos essa intensidade é ver qual é a força que este campo magnético realiza em uma **carga elétrica** com velocidade v com relação ao campo! Aqui, percebemos que os fenômenos elétricos e magnéticos têm relação, pois a chamada **Força de Lorentz** (escrita de modo integral, pela primeira vez, pelo físico e matemático Hendrik Lorentz (1853-1928)), que diz (com base na realidade – não é uma mera especulação!) que a força $\vec{F}$ que atua em uma carga elétrica é:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \cdot \vec{B})$$

Onde $\vec{E}$ é o campo elétrico, $\vec{v}$ é a velocidade relativa entre a carga e o campo e $\vec{B}$ é o campo magnético.

Se o campo magnético for nulo, teremos:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Que é a já conhecida fórmula da força elétrica que atua em uma carga q em um campo elétrico $\vec{E}$. Fica claro que, nesse caso, a força e o campo estão na mesma direção: a relação é linear.

Agora, se o campo elétrico for nulo e o magnético for não-nulo, teremos:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \cdot \vec{B})$$

O sinal de $\times$ aqui presente diz que precisamos realizar uma operação entre os vetores velocidade e campo magnético: o nome dessa operação é **produto vetorial**. Essa operação tem as seguintes propriedades:

1. O produto vetorial entre dois vetores **paralelos é nulo**.

Desse modo, quando a partícula se move ao longo das linhas de campo, a força magnética que atua nessa partícula é nula. É como se não houvesse campo!

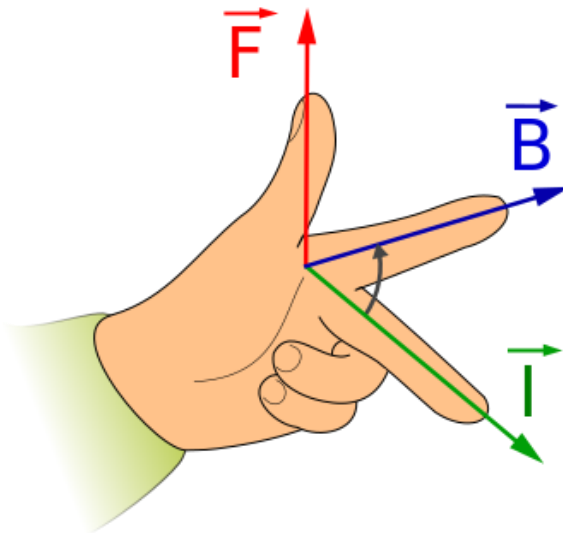
2. O produto vetorial entre dois vetores **perpendiculares é o produto da magnitude dos vetores** e sua direção é **perpendicular a ambos**.

Deste modo, se a velocidade e o campo magnético forem perpendiculares, a força que atua neles terá magnitude $q \cdot v \cdot B$ e apontará numa direção simultaneamente perpendicular tanto à velocidade quanto ao campo.

3. De modo geral, para um ângulo θ entre $\vec{v}$ e $\vec{B}$, a intensidade da força magnética sobre a carga será

$$|F| = qvB \sin \theta$$

Se as partículas forem paralelas ou anti-paralelas (ângulo de 180°), a força é nula. Se não, imaginemos um plano sobre o qual ambas os vetores estão. A direção da força será perpendicular a este plano. Isso define a direção, mas não o sentido. Há modos puramente matemáticos de se encontrar tanto a direção quanto o sentido de tal vetor, mas o modo mais simples e mais utilizado é a chamada **regra da mão esquerda**. Se apontarmos o dedo médio de nossa mão esquerda para a direção-sentido do movimento da carga, e o dedo indicador para a direção-sentido do campo magnético, a força terá sua direção-sentido determinadas pelo polegar.



A força que age sobre uma corrente sob ação de um campo magnético tem seu sentido determinado pela regra da mão esquerda. Note que uma carga em movimento é uma corrente.

A unidade padrão de medida de campos magnéticos é o Tesla (T), nome dado em homenagem ao físico e inventor Nikola Tesla (1856-1943). Essa medida equivale a 1 Newton vezes segundo dividido por 1 Coulomb vezes 1 metro.

$$1 \text{ T} = \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{C} \cdot \text{m}}$$

ATIVIDADES

1. Imagine que uma carga se movimenta na direção leste. Ela passa sobre um campo magnético uniforme que aponta para a direção sul. Qual será a direção e o sentido da força magnética que atuará sobre essa carga?

2. Qual é a relação entre os polos geográficos e os polos magnéticos do planeta Terra?

3. Uma carga $q = 1 \text{ mC}$ se movimenta, com velocidade $v = 100 \text{ m/s}$, sobre um campo magnético uniforme de 1 Tesla. A velocidade é perpendicular ao campo.

- Qual será a intensidade da força magnética que agirá sobre essa carga?
- Considerando que a carga se move no sentido norte-sul e o campo aponta no sentido leste-oeste, a força apontará para cima ou para baixo? Use a regra da mão esquerda.
- Se o campo mudar sua direção, fazendo agora um ângulo de 45° com a velocidade da carga, qual será a intensidade da força magnética? E o sentido? Justifique.



AULA 41

CORRENTE COMO CARGA EM MOVIMENTO

Para entrarmos na associação entre correntes e campos magnéticos, primeiro precisaremos revisitar o conceito de **corrente elétrica**. Como já foi visto anteriormente, chamamos de corrente elétrica o movimento ordenado de cargas elétricas, em geral com a ordenação proveniente de uma diferença de potencial que produz uma força líquida sobre essas cargas. Essa diferença de potencial é, em situações práticas, produzida por um gerador.

Consideremos um condutor. Um condutor é um material (em geral, um metal) no qual alguns dos elétrons são compartilhados por todos os íons da rede. Esses elétrons têm um movimento – saltam aleatoriamente da região de um íon para a região de outro íon. Entretanto, esse movimento é desordenado, e como ele é desordenado, o movimento “líquido” dos elétrons em questão é nulo: se uns vão para a direita, outros para a esquerda, outros para a frente e outros para trás, nada muda, só há troca de posições, mas eles continuam “ocupando” a mesma região.

Se colocarmos esse condutor em contato com os dois polos de um gerador ideal, cada um dos elétrons ficará submetido a essa diferença de potencial, de valor numérico ΔV . Essa diferença de potencial dá origem a um campo elétrico dentro do condutor que aponta do polo positivo para o polo negativo do gerador. Esse campo elétrico dá origem a uma força, que é numericamente igual ao produto da carga do elétron pelo próprio campo elétrico:

$$\vec{F} = -e\vec{E}$$

Onde o sinal negativo vem do fato da carga do elétron ser negativa.

Ora, os elétrons livres sofrem essa força elétrica. A ação de uma força em um determinado objeto, sem outras forças para contrabalanceá-la, dá origem a uma aceleração. Como a força atua na mesma direção em **todos** os elétrons livres, todos eles irão adquirir aceleração para uma direção específica, que, no caso, é oposta à direção do campo elétrico. Essa aceleração irá produzir um movimento ordenado dessas cargas em uma direção específica – é isso que chamamos de corrente elétrica.

A corrente elétrica não é constituída de elétrons se movendo com velocidades gigantescas. A realidade é surpreendente no que se refere à pequenez dessa velocidade: o movimento ordenado dos elétrons se dá, em correntes comuns, com velocidades da ordem de milímetros por segundo. Já o movimento aleatório dos elétrons, que ocorre com ou sem correntes, é da ordem de 1 milhão de metros por segundo: é uma diferença de nove ordens

de grandeza! Entretanto, essa velocidade “líquida” minúscula se refere a correntes elétricas perceptíveis, que movem máquinas e dão choque nas pessoas.

Voltemos, portanto, ao condutor ligado a um gerador, e pensemos nos elétrons se movendo de modo ordenado pelo fio. Ignoremos o movimento aleatório, pois quando uns elétrons vão, outros voltam, de modo que o movimento líquido é nulo. Essa pequena velocidade relativa ao movimento ordenado dos elétrons é chamada de **velocidade de deriva** dos elétrons. Considerando elétrons com velocidade de deriva v , a corrente elétrica será:

Proporcional à essa velocidade – quanto mais rápido for esse movimento ordenado dos elétrons, mais corrente passará pelo fio.

Proporcional à densidade eletrônica no fio – quantos mais elétrons livres tivermos (por unidade de área do fio – lembre-se que as cargas não ficam dentro do fio, senão que ficam em sua superfície), maior será a corrente.

Proporcional à área do fio – quanto mais larga for o fio, maior será a quantidade bruta de elétrons atravessando uma dada seção reta.

Proporcional à carga de cada partícula – considerando elétrons como portadores, $I \propto e$, sendo e a carga elementar.

Deste modo, temos:

$$I \propto nAev$$

Se trocarmos a velocidade pela variação da posição das partículas com relação ao tempo, teremos:

$$I \propto nAe \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Ora, o produto da densidade de elétrons n , pela carga unitária e , pela área A e pela variação na posição Δx , dá basicamente a densidade de carga num pequeno volume vezes este volume – isso dá a carga total que passa pela seção transversal.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

O que demonstra que a dedução acima é consistente.

A questão é que a dedução acima demonstra muito claramente que a corrente é definida por cargas em movimento com uma certa velocidade. Deste modo, sempre que tivermos cargas em movimento (ainda que seja apenas **uma** carga), teremos correntes elétricas! Uma única carga elétrica q se movendo com velocidade v define um comportamento tipo carga elétrica. Quando falamos de uma única carga livre, o movimento desta carga não necessariamente possui algum fundamento eletromagnético – ela pode ter sido colocada em movimento pela ação de alguma força de contato.

Deste modo, a recíproca vale: sempre que correntes estiverem presentes, temos cargas em movimento. Vimos em aulas anteriores que cargas em movimento, sob ação de campos magnéticos, sofrem a chamada **força de Lorentz**, definida por

$$\vec{F} = qvB \sin \theta \hat{n}$$

Onde q é a carga em movimento, v é sua velocidade, B é a intensidade do campo magnético, θ é o ângulo entre a velocidade e o campo e $\hat{n}$ é a direção que é simultaneamente perpendicular à velocidade e ao campo. Como cargas em movimento e correntes são conceitos recíprocos, então podemos supor que fios nos quais passa corrente elétrica, sofrem a força de Lorentz!

Se Δq é a carga que é transportada por uma dada corrente elétrica I ao longo de um trajeto de comprimento L , temos:

$$\Delta q = I \cdot \Delta t$$

Mas sabemos também que $\Delta t = L/v$, sendo v a velocidade de deriva das cargas que passam pelo fio. Deste modo, podemos reescrever:

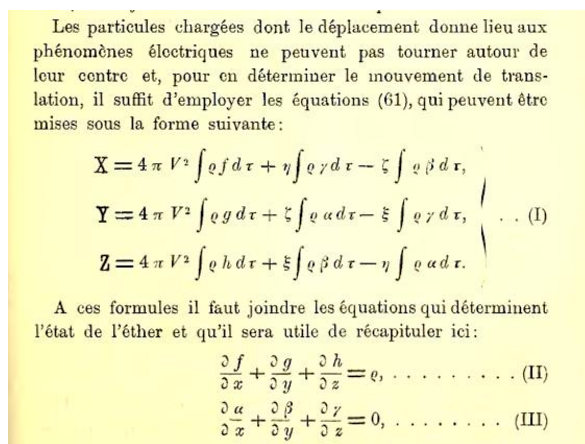
$$\Delta q = I \cdot \frac{L}{v}$$

Se substituirmos essa carga na força de Lorentz, teremos

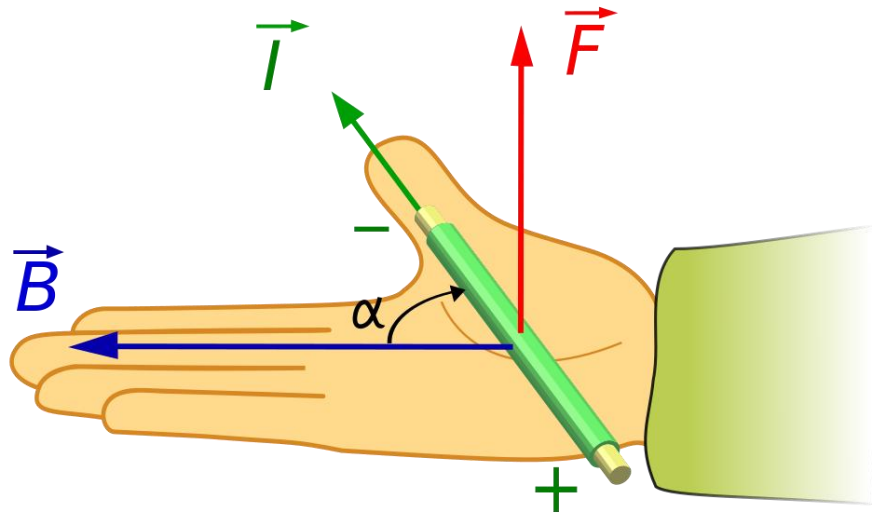
$$\vec{F} = \Delta q \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta \hat{n} = \frac{IL}{v} v B \sin \theta \hat{n} = I \cdot L \cdot B \cdot \sin \theta \hat{n}$$

Assim, conseguimos escrever uma expressão para a força de Lorentz que atua em um fio no qual há cargas em movimento.

Por fim, verifiquemos se a fórmula está correta ou se falta um sinal negativo em virtude do sentido do movimento das cargas: sabemos que, em um condutor sob ação de um potencial, existe um campo elétrico que aponta do polo positivo para o polo negativo. Como os elétrons têm carga negativa, a força que neles age tem o sentido inverso do campo elétrico, ou seja, eles vão do polo negativo para o positivo. Entretanto, quando definimos **corrente elétrica**, definimos como sendo o sentido do movimento das cargas **positivas**. Ora, as cargas positivas não se movem em um condutor, mas a realidade é que podemos tratar elétrons se movendo para a direita como partículas de carga positiva (igual em magnitude a do elétron) se movimento para a esquerda! Deste modo, o sentido da corrente coincide com o sentido da velocidade das cargas positivas **fictícias** que emergem do movimento dos elétrons.



Trecho original do artigo de Lorentz, quando ele define a força que recebe seu nome



Força (em vermelho) que age sobre um fio sobre o qual passa uma corrente I (verde) em virtude da ação de um campo magnético B (azul).

Com essa exposição, podemos passar a um exemplo e aos exercícios.

Exemplo 1: Um fio reto, de $L = 30$ cm, é percorrido por uma corrente de 1 A. Esse fio se encontra em uma região na qual há um campo magnético de intensidade $B = 5 \cdot 10^3$ T. O campo faz um ângulo de 30° com o fio. Qual é a força que age no fio? Qual é a sua direção?

Solução: Este é um problema no qual está envolvida a força de Lorentz. Basta utilizarmos a fórmula recém-deduzida:

$$\vec{F} = I \cdot L \cdot B \cdot \sin \theta \hat{n}$$

Neste caso, $I = 1$ A, $L = 0,3$ m, $B = 0,005$ T e $\sin 30^\circ = 0,5$. Se substituirmos tudo isso na fórmula, obteremos a força que age no fio:

$$\vec{F} = 1 \cdot 0,3 \cdot 0,005 \cdot 0,5 \hat{n} = 0,00045 \text{ N} = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

A direção dessa força será perpendicular tanto ao sentido da corrente (que é a direção para a qual aponta o fio) quanto ao campo. Se o fio e o campo estiverem contidos no plano xy (direita-esquerda, frente-trás) o campo apontará para a direção perpendicular a ambos (cima-baixo) com sentido determinado pela regra da mão esquerda.

ATIVIDADES

1. Calcule a intensidade da força magnética que atua em um condutor de 2 metros, percorrido por corrente de 20 A, colocado sob um campo magnético de 1 T cujas linhas de campo são perpendiculares ao sentido do fio.

2. Um fio reto possui 50 centímetros de comprimento de 100 gramas de massa. Ele é percorrido por uma corrente de 5 Ampères. Sobre ele age um campo magnético

perpendicular, que dá origem a uma força de Lorentz líquida que o faz flutuar no ar, equilibrando a força gravitacional. Usando $g = 10 \text{ m/s}^2$, calcule a intensidade e o sentido do campo.

3. Calcule, usando a fórmula abaixo:

$$I = nAev$$

A corrente total que passa por um fio de Germânio, que possui densidade de elétrons por cm^3 igual a $n = 2,33 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, área de secção reta $A = 1 \text{ cm}^2$, velocidade de deriva $v = 10^{-3} \text{ m/s}$ e, naturalmente, cada elétron com carga $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Coulombs}$.



AULA 47

FORÇA ENTRE CONDUTORES PARALELOS



a aula 41, notamos um fato importante – correntes elétricas e cargas em movimento são conceitos afins. Uma corrente representa muitas cargas em movimento. Isso é importante no que se refere à força de Lorentz, pois, se em um fio há correntes, quer dizer que nesse fio há cargas em movimento, e se há cargas em movimento, há força de Lorentz agindo nessas cargas se houver ali um campo magnético (que não seja, naturalmente, paralelo à direção da corrente). Demonstramos que, em um fio reto, de comprimento L , pelo qual passa uma corrente I , a ação de um campo magnético uniforme B será:

$$F = B \cdot I \cdot L \cdot \sin \alpha$$

Onde α é o ângulo entre o eixo do fio (que é a direção da corrente) e o campo magnético.

Ora, vimos também que correntes dão origem a campos magnéticos rotacionais. Dado um fio reto pelo qual passa uma carga, teremos a geração de um campo magnético, cujas linhas de campo são círculos concêntricos, cujo centro coincide com o eixo de simetria do fio. O campo magnético gerado por um fio reto tem direção dada pela regra da mão direita (polegar aponta na direção da corrente, o giro dos outros dedos dita a direção e o sentido do campo) e sua magnitude é:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Ora, deste modo, se considerarmos um fio de comprimento L_1 e no qual passa uma corrente I_1 . Ele está próximo (à distância R) de um fio no qual passa uma corrente I_2 . Pela lei de Ampère, sabemos que o campo gerado pelo fio no qual passa a corrente I_2 será, se calcularmos o campo a uma distância R deste fio:

$$B = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R}$$

A força de Lorentz que age no fio no qual passa a corrente I_1 será, portanto:

$$F = B \cdot I_1 \cdot L_1 \cdot \sin \alpha = \mu_0 \frac{I_2 \cdot I_1}{2\pi R} \cdot L_1$$

Exemplo 1: Em um fio de 5 metros de comprimento, passa uma corrente de 10 Ampères. A 10 centímetros deste fio, há um outro fio, no qual passa uma corrente de 5 Ampères. Qual será a intensidade da força do segundo fio no primeiro fio?

Resolução: Esse exercício é uma aplicação direta da fórmula deduzida: basta usarmos

$$F = \mu_0 \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{2\pi R} \cdot L_1 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{10 \cdot 5}{2\pi \cdot 0,1} \cdot 5 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

É importante também definir a direção e o sentido da força referida. Usando a regra do tapa (verifique), é possível perceber que:

Fios paralelos conduzindo correntes em um mesmo sentido irão se atrair.

Fios paralelos conduzindo correntes em sentidos opostos irão se repelir.

É importante notar que essa força entre fios não é uma exceção à Terceira Lei de Newton: a força que o fio 1 faz em um fio 2 é igual em intensidade e oposta em sentido à força que o fio 2 faz no fio 1.

Essa força entre fios é utilizada para definir o **Ampère**.

Considere dois fios longos, retos e paralelos, ambos com uma corrente I neles circulando. Se a distância entre esses fios for de 1 metro, o valor de corrente necessária para gerar entre eles, por metro, uma força de $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ é definida como 1 Ampère.

Verifiquemos esse resultado:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{r} L$$

Queremos descobrir a distância por metro: logo, $L = 1$ metro. Assim, fica

$$F = \frac{4\pi}{2\pi} \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I^2}{1} \cdot 1 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I^2$$

Como F é tomada, por pressuposto, como igual a $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$, temos

$$2 \cdot 10^{-7} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I^2$$

$$I^2 = 1 \rightarrow I = 1 \text{ A}$$

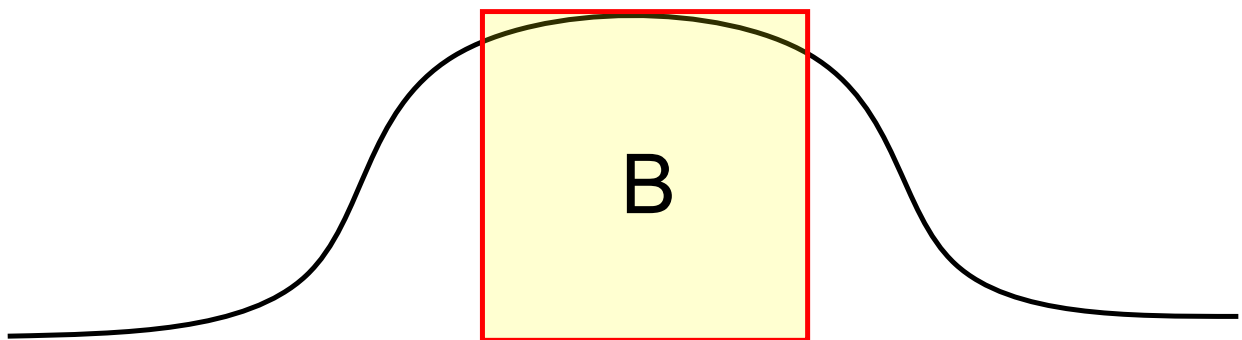
Como queríamos demonstrar.

Agora, concluímos nossa exposição a respeito de forças em cargas e correntes expostas à campos magnéticos. Achamos conveniente resolver agora alguns exemplos de revisão, englobando toda a teoria por trás do cálculo de campos magnéticos e forças envolvendo cargas e correntes em campos.

Exemplo 1: Um condutor reto e horizontal, de comprimento $L = 0,5$ metro e massa $m = 100$ gramas, é percorrido por uma corrente de 20 A, que “viaja” no sentido positivo do eixo $\hat{x}$. Esse condutor flutua no ar, pois nele age uma força de Lorentz que equilibra a força-peso que faria o condutor descer. Essa força é originada por um campo magnético uniforme. Usando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$, responda

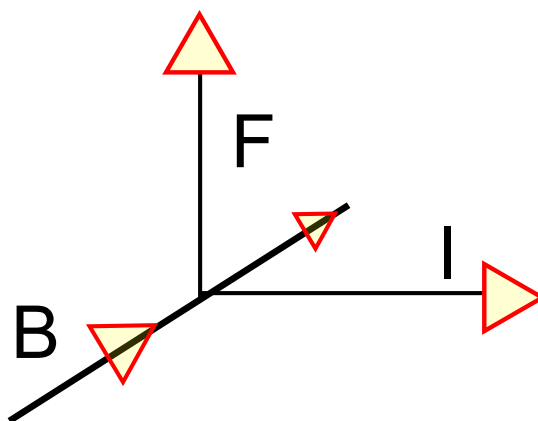
- Qual é a direção e o sentido desse campo magnético?
- Qual é a intensidade deste campo magnético?

Resolução: Em primeiro lugar, é importante notar que não existem fios flutuando no ar sem contato de seus polos com fontes de tensão. Podemos, então, para não imaginarmos estar fazendo exercícios inverossímeis, uma situação semelhante à retratada na figura abaixo



Assim, consideramos a parte do fio interna ao campo magnético $\vec{B}$ como sendo praticamente reta. A curvatura é pequena, então, a aproximação não é disparatada. Assim, os polos fora do campo estão caídos no chão, e consideramos que cada um deles está ligado a um terminal de um gerador que produz a corrente referida. A corrente vai no sentido positivo do eixo $\hat{x}$, ou seja, da esquerda para a direita.

Agora, respondamos às questões. Pela regra da mão esquerda, se a corrente é o dedo médio, o campo é o dedo indicador e o polegar é a direção da força. Se a corrente vai para a direita e a força aponta para cima (para contrabalancear a força gravitacional), então o campo magnético precisa apontar para a “frente”, ou seja, se desenhássemos “acima” e “direita” em uma folha para representar a força e a corrente, respectivamente, teríamos de ter um campo “entrando” na folha.



A "folha" descrita seria o plano que contém $\vec{F}$ e I .

E para calcular a intensidade do campo, precisamos igualar a força de Lorentz produzida por ele em um fio à força-peso.

$$mg = F = B \cdot I \cdot L \cdot \sin \alpha$$

$$B = \frac{mg}{I L \sin \alpha}$$

Temos: massa $m = 0,1$ kg, corrente $I = 20$ A, $g = 10$ m/s², $L = 0,5$ m e $\alpha = 90^\circ$. Isso nos dá

$$B = \frac{0,1 \cdot 10}{20 \cdot 0,5 \cdot 1} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ T}$$

E, assim, descobrimos a intensidade deste campo.

Exemplo 2: Dois fios retos e idênticos conduzem a mesma corrente. A força que um faz no outro é de 1/1000 Newton. Como cada um mede 2 metros, qual é a corrente que passa por esses fios, dado que eles distam 1 centímetro entre si?

Resolução: Esse exercício exige uma aplicação direta da fórmula relativa à força entre dois fios condutores.

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{r} L$$

$$\frac{1}{1000} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I^2}{0,01} \cdot 2$$

$$10^{-3} = 4 \cdot \frac{10^{-7}}{10^{-2}} \cdot I^2$$

$$I^2 = \frac{10^{-3} \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-7}} = 0,25 \cdot 10^2 = 25 \text{ A}^2$$

$$I = \sqrt{25} = 5 \text{ A}$$

Então, passa uma corrente de 5 Ampères em cada fio.

Passemos, agora, a algumas atividades.

ATIVIDADES

1. Qual é a unidade fundamental para a definição das unidades das grandezas elétricas no Sistema Internacional de Unidades? Descreva o fenômeno físico em que se baseia a definição dessa unidade.

2. Uma bobina longa, com 2000 espiras por metro e na qual circula uma corrente, faz flutuar dentro dela um fio condutor reto, de comprimento $L = 1,5$ m e massa $m = 300$

gramas. Nesse fio, circula uma corrente de 5 Ampères. Para manter esse fio flutuando, qual deve ser a corrente que circula pela bobina?

3. Calcule a intensidade da força magnética que age em um condutor de 20 cm, percorrido por corrente elétrica de 10 A, colocado perpendicularmente às linhas de indução de um campo magnético de intensidade 1 T. Indique, em um esquema, a direção e o sentido da força

4. Dois fios longos e retos conduzem, cada um, uma corrente de 2 Ampères. Eles estão dispostos de modo tal que a força que um faz no outro é de 10^{-4} N.

- a) Qual deve ser o comprimento deles, dada que a distância entre eles é de 1 centímetro?
- b) Se os fios forem cortados pela metade, qual deverá ser a distância entre eles para que a força se mantenha igual?



AULA 52

A LEI DE FARADAY-NEUMANN-LENZ



om base no que foi dito a respeito do fenômeno da indução de corrente via variação do fluxo magnético em um circuito, Faraday, Franz Ernst Neumann (1798-1895) e Lenz contribuíram para uma formulação matematicamente mais rigorosa da lei por trás da indução, que pode ser descrita da seguinte forma:

A força eletromotriz média induzida em um circuito, é o negativo da razão entre a variação do fluxo magnético e o intervalo de tempo no qual ocorre essa variação.

Ou seja, quanto mais rápido variar o fluxo, maior é a corrente induzida no circuito. Variações iguais no fluxo magnético podem ocasionar correntes diferentes, se uma for feita mais rapidamente do que outra. Em termos matemáticos, podemos escrever essa lei da seguinte forma:

$$\epsilon_m = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Onde ϵ_m é a força eletromotriz média, $\Delta\Phi$ é a variação do fluxo magnético e Δt é o intervalo de tempo no qual ocorre essa variação. O sinal de menos vem no sentido de dizer-nos que a força eletromotriz induzida gera um campo que **se opõe** à variação do fluxo. Essa é a grande contribuição de Lenz no que se refere à essa lei.

Como acontece no caso, por exemplo, da velocidade, podemos definir uma força eletromotriz ϵ **instantânea**, que pode ser encontrada quando fazemos a variação do fluxo magnético e o intervalo no qual essa variação ocorre serem infinitesimais, muito pequenos.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \epsilon$$

É essa a quarta equação de Maxwell, a chamada **Equação de Faraday – Neumann – Lenz**. Passemos a alguns exemplos e a alguns casos especiais envolvendo essa lei.

Exemplo 1: Um circuito quadrado, de lado $l = 10$ cm, é colocado perpendicularmente às linhas de campo. O referido campo tem intensidade $B = 10^{-2}$ T. Calcule a corrente média induzida nos casos em que:

a) O campo vai a zero em 2 segundos.

b) A espira gira, em 5 segundos, de modo que a normal ao plano do circuito fica com ângulo de 60° com relação ao campo ao final do giro.

Resolução: Em primeiro lugar, é importante calcularmos o valor do fluxo magnético inicial. Como o circuito é um quadrado de lado $10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$, a área deste circuito resulta

$$A = 0,1 \cdot 0,1 = 0,01 \text{ m}^2$$

Deste modo, o fluxo faz-se, considerando o perpendicularismo entre o plano do circuito e o campo

$$\Phi = A \cdot B = 0,01 \cdot 0,01 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

Para calcular a corrente induzida, precisamos agora calcular o fluxo ao fim da variação.

a) O campo vai a zero em dois segundos. Deste modo, temos:

$$\Delta\Phi = 0 - 1 \cdot 10^{-4} = -1 \cdot 10^{-4}$$
$$\epsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\left(-\frac{1 \cdot 10^{-4}}{2}\right) = 5 \cdot 10^{-5} \text{ V}$$

b) Se a espira gira até sua normal ficar com ângulo de 60° com relação ao campo, ao fim desse giro, o fluxo torna-se:

$$\Phi = A \cdot B \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

A variação do fluxo é, portanto:

$$\Delta\Phi = (0,5 - 1,0) \cdot 10^{-4} = -5 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$$

E a força eletromotriz induzida:

$$\epsilon = -\frac{-5 \cdot 10^{-5}}{5} = +1 \cdot 10^{-5} \text{ V}$$

O fenômeno da indução eletromagnética também se aplica para objetos extensos, como blocos de metal condutores. Ora, se observarmos um bloco maciço, digamos, um cubo, feito de metal, teremos que esse cubo de metal é constituído por uma coleção de infinitos caminhos possíveis, de infinitos possíveis circuitos elétricos, sendo ele tridimensional, não efetivamente bidimensional como é um circuito. Deste modo, quando há variação do fluxo magnético em um cubo metálico, por exemplo, várias correntes de altíssima intensidade começam a circular dentro dele em diversos pontos. Essas são as chamadas **correntes de Foucault**, em homenagem ao descobridor delas, o físico Léon Foucault (1819–1868), que não deve ser confundido com o decadente filósofo do século XX.

Ora, como há circulação de potentes correntes no interior desses condutores, há muita geração de calor, em virtude do efeito Joule. Sabemos que a corrente é inversamente proporcional à resistência elétrica – pela Lei de Ohm:

$$I \propto V/R$$

A quantidade de energia dissipada pelo efeito Joule é o produto entre a tensão (força eletromotriz induzida, no caso) e a corrente gerada:

$$E = V \cdot I$$

Mas ora, a corrente gerada é proporcional à própria força eletromotriz, o que nos dá:

$$E = V \cdot \frac{V}{R} = \frac{V^2}{R}$$

Deste modo, para uma mesma força eletromotriz, **a dissipação de calor será tanto maior quanto menor for a resistência**. Esse fato foi utilizado para criar os chamados **fornos de indução**, que servem para derreter metais fazendo uso para tal, de campos magnéticos variáveis.

Um outro fenômeno interessante, relacionado com a indução eletromagnética e com a Lei de Faraday, é o fenômeno da **auto-indução**. Esse fenômeno é particularmente importante, pois serve de base para a construção dos **indutores**, que são objetos fundamentais nos circuitos elétricos modernos. Compreendamos o que significa isso.

Imagine uma espira de corrente, na qual circula uma corrente I constante e uniforme. Essa corrente girando dá origem a um campo magnético que, no centro da espira, aponta na direção perpendicular ao plano da mesma espira. Esse campo gera um **fluxo magnético** nessa espira. Ora, se essa corrente **variar**, o fluxo magnético também varia, e isso dá origem a uma **força eletromotriz induzida**. Essa força eletromotriz induzida, pela lei de Lenz, será tal que buscará contrabalancear a variação na corrente. Se a corrente diminuiu, a força eletromotriz induzida tentará aumentá-la de novo. Se a corrente aumentou, a força eletromotriz induzida tentará diminuí-la de novo.

Ora, o campo magnético que a corrente gera é diretamente proporcional à corrente que o gera. Isso é um fato experimental, que coincide também com todas as fórmulas que deduzimos até agora. Por exemplo, o campo magnético gerado por um fio reto pelo qual circula uma corrente I é:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

O campo magnético gerado no centro de uma espira pela qual circula uma corrente I é:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

E o campo magnético gerado dentro de um solenoide é:

$$B = \frac{\mu_0 N}{L} \cdot I$$

Isso vale também para outras geometrias – no geral, o campo magnético gerado por um fio condutor será:

$$B = \alpha I$$

Onde α é um fator de proporcionalidade. Deste modo, o fluxo magnético relativo a esse campo B também é diretamente proporcional à corrente que gera esse campo. O fator de proporcionalidade, que dependerá da geometria do circuito, é chamado de **indutância** do circuito, e é representado pela letra L . Deste modo:

$$\Phi = L \cdot I$$

Deste modo, a força eletromotriz **autoinduzida** por um circuito no qual a corrente varia é:

$$\epsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Em primeiro lugar, compreendamos a unidade da indutância. Ela é proporcional ao fluxo magnético (medido em Webers) dividido pela corrente (medida em Ampéres). A unidade corresponde a essa razão chamada de Henry (H), em homenagem ao físico Joseph Henry.

$$[H] = [Wb]/[A]$$

Ora, 1 Weber é igual a $V \cdot s$ (Volt vezes segundo). Deste modo:

$$[H] = \frac{[V] \cdot [s]}{[A]}$$

Em segundo lugar, entendamos qual é o efeito da autoindução: imagine que uma corrente esteja passando por uma espira na qual há um resistor. Subitamente, essa corrente é desligada. Não fosse a autoindutância, acabaria aí o movimento ordenado das cargas nesse condutor. Entretanto, essa corrente gerava um campo, e esse campo gerava um fluxo. Como o fluxo vai a zero, há uma variação no mesmo fluxo, e isso induzirá uma força eletromotriz que dará origem a uma corrente no mesmo sentido da antiga. Isso fará com que a corrente sobreviva mais um pouco, até que ela também morra gradativamente.

Exemplo 2: Considere um solenóide de $L = 50$ cm, raio $R = 2$ cm e $N = 2000$ espiras. Calcule a sua indutância.

Resolução: Primeiro, é preciso relembrar a fórmula para o campo gerado por uma corrente I em um solenóide:

$$B = \frac{\mu_0 N}{L} \cdot I$$

O fluxo magnético é, portanto:

$$\Phi = \frac{\mu_0 N}{L} \cdot I \cdot N\pi R^2$$

Onde πR^2 é a área de cada espira. Há N delas.

Deste modo, teremos

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2000}{0,5} \cdot N\pi(0,02)^2 \approx 1,46 \cdot 10^{-2} \text{ H}$$

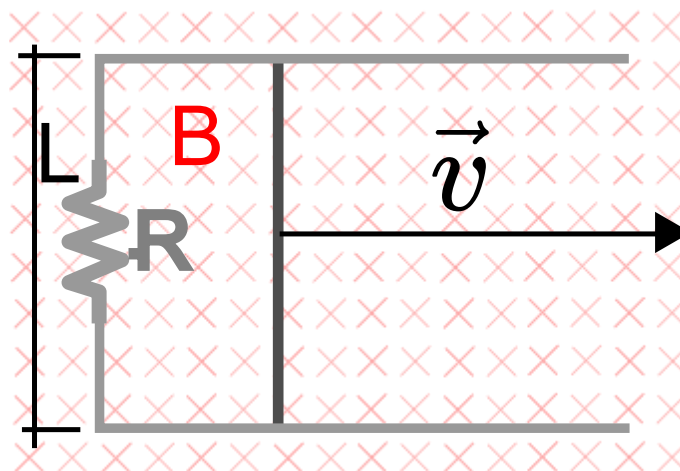
Passemos agora para as atividades, onde fixaremos o que foi aprendido.

ATIVIDADES

1. Uma espira circular de área 1 m^2 é colocada em um campo magnético. O campo mantém-se perpendicular ao plano da espira, porém sua intensidade diminui uniformemente à razão de 2 T por segundo. Calcule a intensidade de corrente que circula pela espira se sua resistência elétrica vale 4Ω .

2. Uma bobina tem indutância grande, de $0,1 \text{ H}$. Nela, há um resistor de 100Ω . Inicialmente, essa bobina está ligada à uma fonte de tensão de 200 V . Depois, essa fonte foi desligada, e o desligamento ocorreu de modo gradativo, ao longo de 5 segundos. Qual foi a força eletromotriz induzida média ao longo desse processo?

3. Uma barra metálica de comprimento $L = 50,0 \text{ cm}$ faz contato com um circuito, fechando-o. A área do circuito é perpendicular ao campo de indução magnética uniforme B . A resistência do circuito é $R = 3,00 \Omega$, sendo de $3,75 \times 10^{-3} \text{ N}$ a intensidade da força constante aplicada à barra, para mantê-la em movimento uniforme com velocidade $v = 2 \text{ m/s}$. Calcule a intensidade de $\vec{B}$.





AULA 56

AS ONDAS ELETROMAGNÉTICAS



pós essa sumária exposição da Lei de Faraday, temos quase completo o panorama das chamadas **quatro equações de Maxwell**, que regem todo o comportamento elétrico e magnético dos materiais. Revisemos o que aprendemos até agora, para depois entrarmos na chamada **correção de Maxwell** na Lei de Ampère. Assim, completaremos as quatro equações. Quais são as consequências dessas equações? Veremos nesta aula.

A primeira equação de Maxwell é a chamada **Lei de Gauss**. Ela postula que o fluxo do campo elétrico por uma superfície fechada (chamada de superfície gaussiana) é proporcional à carga que está dentro dessa superfície. Em linguagem matemática, temos:

$$\sum_i \mathbf{E} \cdot \mathbf{A}_i \cos \theta_i = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Onde $\mathbf{E}$ é o valor do campo elétrico no pedacinho de área A_i e θ_i é o valor do ângulo entre esse campo elétrico e o vetor normal a esse pedacinho de área. Na prática, essa lei é mais facilmente utilizada onde existe um paralelismo entre o campo elétrico e todos os vetores normais à superfície, o que ocorre, por exemplo, quando supomos uma superfície gaussiana esférica cujo centro é uma carga pontual, por exemplo.

A segunda equação de Maxwell é a Lei de Gauss para o magnetismo, que diz, em resumo, que não há cargas magnéticas: se considerarmos o fluxo magnético por uma superfície fechada, toda linha de campo que entra irá ter uma contraparte que sai – no saldo líquido, o fluxo é nulo.

$$\sum_i \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}_i \cos \theta_i = 0$$

A terceira equação de Maxwell (que foi a quarta que foi apresentada a nós) é a Lei de Faraday, que relaciona o fluxo magnético por um circuito e a força eletromotriz induzida neste mesmo circuito, força essa que dá origem a uma corrente:

$$\epsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Lembrando que o fluxo Φ é calculado fazendo:

$$\Phi = \sum_i \Delta A_i \cdot B_i \cdot \cos \theta_i$$

Onde θ_i é o ângulo entre a normal ao elemento de área ΔA_i (aqui, estamos falando de superfície abertas, não mais fechadas como no caso das Leis de Gauss) e o campo magnético naquele ponto. Se a normal à área for paralela às linhas de campo, o fluxo fica:

$$\Phi = AB$$

Por fim, a última equação de Maxwell é a Lei de Ampère. Ela diz:

A circulação do vetor $\vec{B}$ em um determinado caminho fechado é proporcional, a menos de uma constante μ_0 , à soma algébrica das correntes que atravessam tal caminho.

Onde a circulação do vetor $\vec{B}$ é dada por:

$$\sum_i B_i \cdot \Delta l_i \cos \theta_i$$

Aqui, B_i é o campo em um determinado ponto do circuito, Δl_i é o comprimento desse pedacinho de circuito e θ_i é o ângulo dessas duas coisas. É relevante notar que, assim como acontece no caso da Lei de Gauss, essa lei só pode ser utilizada de modo simples para fins práticos se o elemento de comprimento for paralelo ao campo magnético naquele ponto. A Lei de Ampère pode, portanto, ser escrita como:

$$\sum_i B_i \cdot \Delta l_i \cos \theta_i = \mu_0 I$$

Onde μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo, igual a $4\pi \times 10^{-7}$ T.m/A.

Em 1861, James Clerk Maxwell postulou, em seu artigo “On Physical Lines of Force”, um conceito que hoje é conhecido como **corrente de deslocamento**. A explicação que daremos a seguir não é a dele, mas é uma explicação mais moderna, que desambigua alguns pontos confusos na argumentação de Maxwell.

Suponha um meio dielétrico: nele, a presença de um campo elétrico $\vec{E}$ faz com que as cargas internas ao material (núcleos atômicos, elétrons) se separem levemente, o que induz um momento de dipolo elétrico no interior desse meio. Isso dá origem a um campo elétrico originado por essa polarização, denotado por $\vec{P}$. O vetor deslocamento elétrico é a soma do campo elétrico original (multiplicado por ϵ_0) com a polarização:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

No vácuo, vale:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$$

Pois não há polarização.

Ora, a variação de campos magnéticos produz correntes. A adição de Maxwell postulou que o vetor deslocamento elétrico, quando seu fluxo varia, produz campos magnéticos.

Assim, a variação do fluxo elétrico atua como uma espécie de corrente, a chamada corrente de deslocamento.

$$J = \epsilon_0 \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

E assim, a Lei de Ampère completa se apresenta:

$$\sum_i B_i \cdot \Delta l_i \cos \theta_i = \mu_0 (I + \sum_i J_i \cdot \Delta A_i \cdot \cos \theta_i)$$

Completando a simetria! Assim, vale os seguintes princípios:

Um campo elétrico variável dá origem a campos magnéticos, ou seja, os dois conceitos são equivalentes.

Um campo magnético variável dá origem a campos elétricos, ou seja, os dois conceitos são equivalentes.

Usando as quatro equações (e matemática avançada), Maxwell descobriu, em 1864, as chamadas **ondas eletromagnéticas**, que foram demonstradas experimentalmente em 1880 por Heinrich Hertz e que atuam como uma oscilação sincronizada de campos elétricos e campos magnéticos. Os dois campos oscilam perpendicularmente um ao outro: quando um sobe, o outro desce – a variação de um dá origem ao outro, a variação do outro da origem a um. Essa onda eletromagnética, gerada pela oscilação de cargas elétricas (por exemplo) tem efetivamente comportamento de onda, ou seja, ela pode ser refletida, difratada, refratada e sofre interferência. Ademais, ela pode ser polarizada, o que demonstra que a onda eletromagnética é uma **onda transversal**.

A velocidade dessa onda (no vácuo) descoberta por Maxwell é:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

Temos que, em unidades padrão do SI, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$ e $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$. Temos, portanto:

$$c = \frac{1}{\sqrt{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-19}}} \approx \frac{1}{3,3348 \cdot 10^{-9}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Essa velocidade é exatamente a mesma que a velocidade da luz medida no vácuo! Maxwell, então, supôs que a luz é, efetivamente, uma onda eletromagnética. Hertz, gerando tais ondas por meio da oscilação de uma carga, provou a suposição de Maxwell – efetivamente a luz é uma onda eletromagnética! Não discutiremos detalhes: espectro, energia, etc. Isso já foi feito em apostilas anteriores.

A descoberta das ondas eletromagnéticas impulsionou barbaramente o desenvolvimento tecnológico. As ondas eletromagnéticas de energia mais baixa, ou seja, de frequência mais baixa, são chamadas de **ondas de rádio**. No começo do século XX, Guglielmo Marconi fez uma experiência bastante significativa: a primeira transmissão intercontinental de informação em tempo real, na qual um sinal de rádio foi enviado da

Inglaterra para ser recebido no Canadá. Esse homem ganhou, em 1909, o prêmio Nobel de Física.



Cristo Redentor no ano de sua inauguração

Em 1931, foi inaugurado aqui no Brasil um dos maiores cartões-postais do Brasil, que consagra o nosso país ao Sagrado Coração: o Cristo Redentor. Guglielmo Marconi, o referido Nobel de Física, acionou lá de Roma a bateria de holofotes que iluminou a estátua do Cristo.

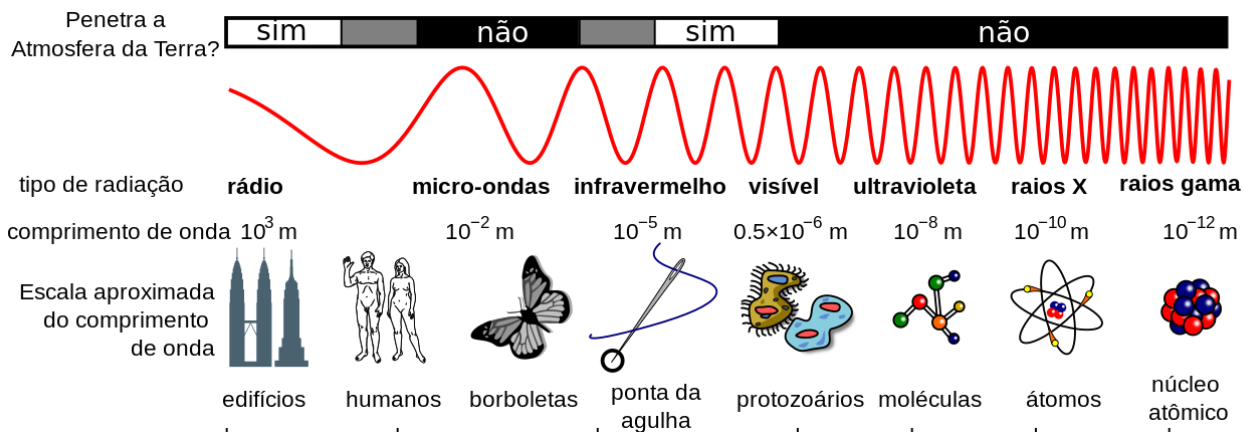
Um ano antes de Guglielmo, o padre brasileiro Roberto Landell de Moura (1861 – 1928) construiu aparelhos que utilizavam ondas eletromagnéticas (ondas longas, ou seja, ondas de rádio) para comunicação. Em 1900, esse padre transmitiu uma mensagem do alto da Avenida Paulista até o bairro Santana, cobrindo uma distância de 8 quilômetros – esse experimento precedeu um ano o de Guglielmo. Esse padre, apesar de genial, apresentava ideias progressistas, como a da

abolição do celibato para padres (isso, na década de 20, era mais espantoso do que hoje, onde o progressismo é muito mais ubíquo) – isso, mais uma vez, indica que nem sempre a genialidade nas ciências positivas vem junto com a virtude.

A descoberta das ondas eletromagnéticas foi tão impactante e gerou tanto espanto que alguns físicos, como Lord Kelvin, proclamaram que pouco havia para se descobrir na física a partir de então. A introdução a esse “pouco”, que na verdade adquiriu proporções gigantescas, será feita nas próximas duas apostilas. Até lá!

ATIVIDADES

1. Fora do vácuo, a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética são maiores do que ϵ_0 e μ_0 , respectivamente. A velocidade da luz neste meio será maior ou menor? Justifique.
2. As ondas eletromagnéticas têm nomes diferentes dependendo de sua frequência. Observe a figura a seguir



a) Considerando que, quanto menor o comprimento de onda, maior a energia, qual é o tipo de onda eletromagnética mais energética?

b) Usando $c = \lambda f$, escreva a frequência de oscilação de cada onda. Aqui, c é a velocidade da luz, λ é o comprimento de onda e f é a frequência.

c) Descreva aplicações práticas para ondas de rádio, micro-ondas e raios-X.



AULA 59

A RELATIVIDADE DO COMPRIMENTO E DO TEMPO



essa aula, estudaremos o primeiro efeito “bizarro” da relatividade especial: a contração do comprimento, assim como a dilatação do tempo. Nenhum experimento mediu essa contração **diretamente** (porque não existe tecnologia suficiente para acelerar, até velocidades próximas da luz, objetos macroscópicos). Entretanto, existem várias evidências **indiretas** desse efeito.

Vamos enunciá-lo para depois debatermos seus méritos.

Consideremos uma barra de comprimento L . Essa barra se encontra em movimento retilíneo uniforme com velocidade u com relação ao referencial inercial O . Considere também um referencial O' que se mova junto com essa barra. Para medirmos o comprimento da barra no referencial O , observamos que posições, nesse referencial, cada extremo da barra ocupa. Assim, obteremos:

$$L = x_2 - x_1$$

No referencial O' , por simetria, teremos:

$$L' = x'_2 - x'_1$$

Ora, podemos escrever x' como função de x usando as transformações de Lorentz:

$$x' = \gamma(x - u \cdot t)$$

Assim, podemos escrever L' como função de L :

$$L' = \gamma(x_2 - u \cdot t - x_1 + u \cdot t) = \gamma(x_2 - x_1) = \gamma L$$

Ora, o comprimento “original” é justamente o comprimento que o objeto tem no próprio referencial (ou, de modo análogo, em um referencial com relação ao qual o objeto está em repouso). Assim, $L' = L_0$, sendo L_0 o comprimento original da barra. Assim, para um referencial que vê esse objeto de comprimento L_0 se movendo com velocidade u , teremos:

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

Lembrando que:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \geq 1$$

Temos que o comprimento do objeto, observado no referencial que vê o objeto se movendo com velocidade u , irá ser **menor**. Essa é a famosa contração do comprimento – objetos que se movem com velocidade relativísticas parecerão para nós **menores** do que realmente são.

Um exemplo bem patente no qual esse fenômeno se manifesta é no trânsito dos **múons** até a superfície da Terra. Essa partícula subatômica é uma espécie de “prima gorda” do elétron – ela possui spin $1/2$ e carga $-e$, exatamente como um elétron, mas sua massa é quase 207 vezes maior. Essas partículas não existem na natureza de modo estável – é necessária muita energia para que essas partículas sejam estáveis.

Quando raios cósmicos provenientes de violentos eventos estelares ou galácticos chegam até a Terra, existe a colisão deles com a atmosfera. Essa colisão gera muita energia, e dá origem a algumas partículas muito energéticas, como os múons. Como dito, essas partículas não são estáveis, decaindo rapidamente (o tempo de vida médio de um múon é de 2.2 microssegundos) para um trio constituído por um elétron e dois neutrinos. Esses múons são formados a uma altitude média de 15 000 km do chão. Assim, considerando que eles se movem a velocidades próximas a da luz ($v \approx c$), o tempo de trajeto até o chão será:

$$\Delta t = \frac{1,5 \cdot 10^4 \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 0,5 \cdot 10^{-4} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

Ou seja, esses múons gastariam cerca de 50 microssegundos para chegar até o chão. Ora, o tempo de vida deles é mais de uma ordem de grandeza menor – 2,2 **microssegundos**. Como é que eles são detectados em quantidade tão grande, então? O único modo de explicar isso é notando que, **no referencial do múon**, a superfície da Terra se move na direção deles com velocidade relativística, próxima da luz. Assim, a atmosfera irá, no referencial desse corpo, **sofrer contração na espessura**.

A velocidade média de um múon é de $0,9998c$. Assim, usando a contração de Lorentz (e considerando que eles são formados 15 km acima da superfície), teremos:

$$L = \frac{L_0}{\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,9998^2 c^2}{c^2}}}} = \sqrt{1 - 0,99960004} L_0 \approx 0,02 L_0 \approx \frac{L_0}{50} \approx 300 \text{ m}$$

Ora, um múon consegue, em 2,2 μs , percorrer $2,2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^8 = 6,6 \cdot 10^2 = 660$ metros, em média. Assim, **por causa da contração na atmosfera** percebida no referencial do múon, essa mesma partícula pode chegar “inteira” à superfície da Terra, onde ela é detectada.

Exemplo: Um nêutron é uma partícula subatômica cujo tempo de vida, quando está fora do núcleo atômico, é de 14 minutos. Suponha que eu arremesse nêutrons para o espaço utilizando aceleradores de partícula. Com que velocidade eu deverei jogá-lo para que ele consiga chegar “inteiro” até o planeta Saturno, que se encontra a 1,4 bilhão de quilômetros da Terra?

Resolução: Esse é um exercício muito similar ao do múon. Em primeiro lugar, calcularemos quanto tempo a luz demora (no nosso referencial) para chegar até Saturno.

$$\Delta t = \frac{d}{c} = \frac{1,4 \cdot 10^{12} \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 4,67 \cdot 10^3 \text{ s} = 4670 \text{ s} \approx 1 \text{ h } 17 \text{ min } 49 \text{ s}$$

Precisamos de um γ tal que esse valor caia abaixo de 14 minutos. Em segundos, isso dá 840 s. Assim, precisaremos de uma distância que seja $\frac{840}{4670} \approx 18\%$ da distância original. Isso nos dá a medida do valor do fator γ .

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 0,18$$

$$\sqrt{1 - v^2/c^2} = 0,18$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} \approx 0,0324$$

$$0,9676c^2 = v^2$$

$$v \approx 0,9836c$$

Ou seja, o próton deverá ser acelerado a aproximadamente 98,4% da velocidade da luz para que ele tenha chance grande de chegar incólume em Saturno!

Esses exemplos demonstram que a questão da contração do comprimento também gera ambiguidade no que se refere à medição de intervalos temporais. Um múon é uma partícula subatômica de grande simplicidade, sem estrutura. Se algo mudar, ela deixa de ser nêutron. Nada nela muda quando a colocamos em alta velocidade – entretanto, ela “dura” mais e demora mais para se desintegrar nesse nosso referencial. Para o nêutron, sua “vida” dura mesmo 14 minutos, mas para nós, que o observamos voar até Saturno, sua vida dura quase 1 hora e 20 minutos. Isso demonstra que **o tempo parece passar mais rápido para objetos em alta velocidade.**

Podemos chegar nessa diferença de medição de tempo utilizando a contração no comprimento. Um objeto com um tempo de vida t_0 se movendo à velocidade u conseguiria percorrer uma distância $\Delta x_0 = u \cdot t_0$. Entretanto, em virtude da contração dos comprimentos, uma distância d no nosso referencial parecerá d/γ para ele. Assim, se o observarmos viajar uma distância d antes de vê-lo desintegrar, ele terá viajado Δx_0 em seu próprio referencial (justamente porque essa é a distância máxima que ele poderia viajar se excluirmos efeitos relativísticos, e esses efeitos de fato não existem em um referencial que o acompanhe). Assim, temos:

$$d\gamma = u \cdot t_0$$

$$d = \gamma \cdot u \cdot t_0$$

Assim, como teremos observado o objeto viajar uma distância d e o observamos viajar com velocidade u , o tempo Δt que parecerá que ele terá gasto até se desintegrar é:

$$\Delta t = \frac{d}{u} = \gamma t_0$$

Assim, provamos que se observarmos um objeto viajando em alta velocidade, parecerá para nós que o tempo se “move” mais rápido para nós do que para ele, haja vista que $\gamma > 1$.

Esses efeitos são tão importantes que, caso não fossem considerados, resultariam em erros brutais na localização em tempo real dos GPS, por exemplo! Desse modo, a Relatividade Especial e suas previsões são robustas do ponto de vista experimental. Isso não significa que compreendamos bem qual é o significado real desses estranhos fenômenos. Primeiro, analisemos do ponto de vista pragmático e técnico, para depois analisarmos de modo mais detido a veracidade das afirmações. Sigamos!



Os satélites responsáveis pelo sistema de geoposicionamento global (GPS) levam em conta efeitos relativísticos

ATIVIDADES

1. Uma barra passa voando por você com 70% da velocidade da luz no vácuo. A barra possui 2 metros. Você usa lasers para medir o tamanho da barra. Qual será o tamanho medido por você?

2. Uma nave espacial fictícia viaja com 99% da velocidade da luz (com relação a um referencial na Terra). No referencial da nave, a viagem dura 2 anos. Quanto tempo a viagem dura no referencial da Terra?

3. A Voyager 1 está no espaço desde 1977, se movendo a 60.000 km/h com relação a nós desde essa época. Consideramos que estamos em 2024, qual é diferença entre o tempo que medimos aqui (considere 47 anos exatos) e o tempo medido lá, levando em conta a dilatação do tempo em virtude da velocidade? Essa diferença é relevante?



AULA 64

O MODELO COSMOLÓGICO PADRÃO



Relatividade Geral, como vimos na aula anterior e continuaremos vendo nessa, mudou a ótica pela qual os físicos enxergavam a física, disciplina que estudam. Nessa aula, falaremos a respeito de uma linha do tempo relativa ao desenvolvimento da teoria da Relatividade Geral. Falaremos também a respeito de suas previsões e dos experimentos que comprovavam que, do ponto de vista utilitarista-pragmático, a teoria funciona. Depois, passaremos ao modelo cosmológico padrão, que é modo pelo qual os físicos teóricos dizem que o Universo se formou, partindo de seu início temporal.

Evidentemente, o objetivo dessa aula é meramente descritivo, assim como seria uma exposição da teoria Darwiniana dentro do contexto de uma aula de biologia. É preciso conhecer os pensamentos contrários para saber de que se está falando quando for, porventura, atacá-los ou analisá-los.

Como dito na aula anterior, as equações propostas por Einstein, que relacionavam a “curvatura” nessa etérea grandeza chamada “espaço-tempo” com a distribuição de massa e energia no próprio espaço-tempo. Curiosamente, assim como ocorreu no caso da descoberta simultânea do cálculo diferencial e integral por Newton e Leibniz, David Hilbert (1862 – 1943) chegou, por meio de um elegante princípio matemático, na mesma teoria de Einstein, de modo autônomo e pouco tempo depois. Assim, algumas pessoas tentam atribuir também à Hilbert a descoberta da teoria.

O primeiro a descobrir uma solução para as equações de Einstein foi Karl Schwarzschild. Esse físico de nome complexo chegou a uma solução (um “espaço-tempo”) que possuía as seguintes propriedades

Para distâncias grandes da distribuição esférica de massa, o espaço e o tempo são como seriam na relatividade especial.

Em regiões mais próximas da distribuição esférica de massa, o **intervalo** entre dois eventos é:

$$\Delta s^2 = -\left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 \Delta t^2 + \frac{1}{1 - \frac{r_s}{r}} \Delta r^2$$

Com:

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

Aqui, M é a massa do objeto, G é a constante gravitacional e c é a velocidade da luz. Na relatividade especial, o intervalo (que é uma coisa que não muda quando nela aplicamos transformações de Lorentz) era, considerando um movimento na direção radial:

$$\Delta s^2 = \Delta r^2 - c^2 \Delta t^2$$

Agora, temos um fator $\left(1 - \frac{r_s}{r}\right)$ adicional na parte temporal e um fator $\frac{1}{1 - \frac{r_s}{r}}$ adicional na parte espacial. De algum modo, o sinal negativo no tempo expressa que ele “só vai para a frente” – o tempo, efetivamente, flui do passado para o futuro, não há outro modo. Do mesmo modo, o sinal positivo no espaço indica que ele pode ir “para a frente” e “para trás”, algo que é bem característico do espaço. Entretanto, quando $r = r_s$ (e toda a massa está concentrada “dentro” desse r_s), temos:

$$\Delta s^2 = -c^2 \Delta t^2 + \frac{1}{0} \Delta r^2 = \infty$$

Esse ponto marca uma “ruptura” no comportamento do intervalo. Assim, se tomarmos $r < r_s$, teremos $\frac{r_s}{r} > 1$ e $1 - \frac{r_s}{r} < 0$. Assim, teremos:

$$\Delta s^2 = \left| \left(\frac{r_s}{r} - 1 \right) \right| c^2 \Delta t^2 - \frac{1}{\left| \frac{r_s}{r} - 1 \right|} \Delta r^2$$

Note que houve uma inversão nos sinais do tempo e do espaço. O espaço se tornou **negativo** e o tempo se tornou **positivo**. O que significa isso? Significa que, para $r < r_s$, a força gravitacional torna-se tão grande que o espaço só proporciona um único sentido – o “positivo”. Isso significa voar na direção do centro dessa distribuição de massa. Nem mesmo a luz poderia voltar. Já o tempo se torna positivo – isso expressa que ele perde sua característica essencial de fluir sempre do passado para o futuro. Tais conceitos perdem o sentido. No centro da distribuição de massa (caso ela seja pontual), temos uma **singularidade**, onde:

$$\Delta s^2 = \infty$$

Aqui, a teoria não consegue prever mais nada.

Ora, esse estranho objeto físico descrito pela solução de Schwarzschild foi, por muito tempo, considerado uma mera curiosidade matemática, sem muito sentido. Muitos anos depois, em 1967, um objeto físico extremamente compacto foi descoberto, a **estrela de Nêutrons**. Esse objeto é a reminiscência da morte de uma estrela de massa muito grande. Sem entrar em detalhes a respeito do interessantíssimo ciclo de vida das estrelas, temos que esse “cadáver” estelar tem massa maior que a do Sol, mas compactada em um raio de aproximadamente 10 quilômetros. A densidade desse objeto é, considerando $M = 10^{31}$ kg e $V = \frac{4}{3} \pi R^3 \approx 4 \cdot 10^{12} \text{ m}^3$, dada por:

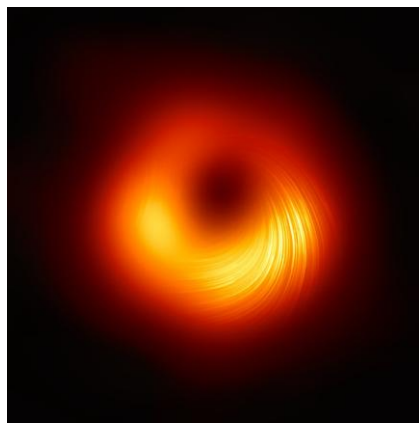
$$\rho = \frac{10^{31}}{4 \cdot 10^{12}} = 2,5 \cdot 10^{18} \text{ kg/m}^3$$

Cada litro de uma estrela de nêutrons tem massa de $2,5 \cdot 10^{15}$ kg, equivalente (grosso modo) à massa somada do Monte Everest, do K2 e Kanchenjunga (as três maiores montanhas do mundo, ambas com mais de 8 quilômetros de altura).



O imponente Monte Everest não pesa mais que 400 ml de uma estrela de nêutrons

Com essa descoberta, confirmou-se que existem objetos extremamente densos no Universo. Em 1939, Robert Oppenheimer (1904 – 1967), George Volkoff (1914 – 2000) e Richard Tolman (1881 – 1948) provaram que, se a estrela de nêutrons tiver massa maior que $2,17 \times$ a massa do Sol, a atração gravitacional irá sobrepujar qualquer coisa que impeça sua contração. O objeto irá, então, contrair até que toda a massa esteja concentrada em um único ponto. Essa foi a primeira definição formal a respeito da existência física real de um dos objetos mais estranhos previstos pela física moderna, o **buraco negro**.



Buraco negro M87 em radioimagem

Alguns imaginaram que essas estranhas propriedades desses objetos, previstas pela relatividade geral, eram apenas “ilusões” matemáticas, dependentes da escolha do sistema de coordenadas. No final da década de 60, os físicos Roger Penrose (1931 -) e Stephen Hawking (1942 – 2018) demonstraram que não se tratava disso – as singularidades realmente eram uma previsão “física” da teoria. Penrose ganhou o prêmio Nobel de Física em 2020 em virtude dessa descoberta (Hawking já havia falecido). Na década de 70, o primeiro buraco negro foi descoberto. Desde então, muitos outros também foram.

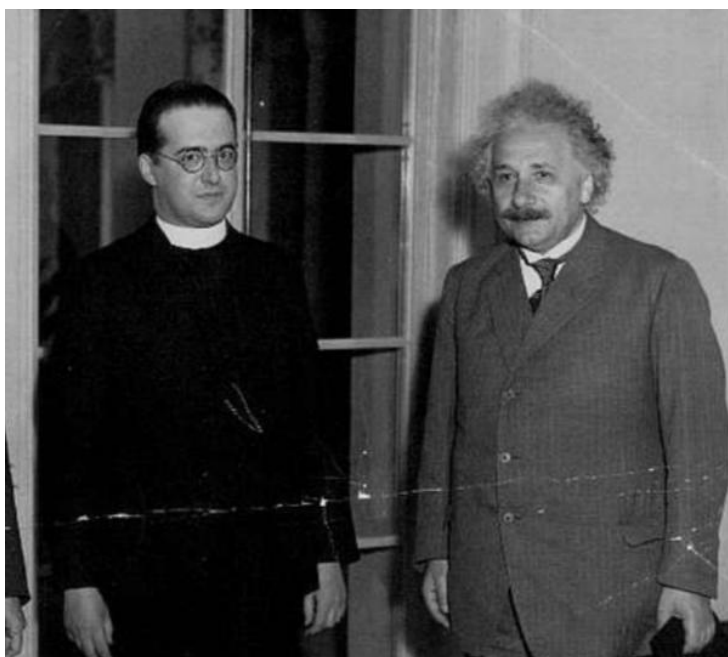
O buraco negro é um objeto que faz lembrar o próprio inferno. Nem mesmo a luz (que pode ser interpretada como a imagem de Deus em nós) pode dele escapar. Quem se aproxima do abismo (vivendo uma vida de pecados) pode chegar a um ponto de não-retorno (r_s – o horizonte de eventos). A partir daí, só há o caos, não é mais retorno, o coração peca contra o Espírito Santo e a pessoa não pode mais se arrepender, pois está irremediavelmente atada aos pecados cometidos. Nada mais restará a ela do que ser esmagada na singularidade, no centro do buraco negro. Os objetos cósmicos e materiais fazem nos lembrar do muito mais dramático mundo espiritual.

Uma outra solução da Equação de Einstein é hoje chamada de **modelo padrão da cosmologia moderna**. Essa solução deveu-se aos esforços coletivos de quatro físicos, o soviético Alexandre Friedmann (1888-1925), o americano Howard Robertson (1903 – 1961), o britânico Arthur Walker (1909 – 2001) e o padre belga Georges Lemaître (1894 – 1966). Essa solução parte do pressuposto que o Universo é isotrópico (igual em todas as direções) e homogêneo (a densidade de massa é igual em todos os pontos). Acredita-se que, considerando o Universo em larguíssima escala, isso seja verdade. Com base nessas pressuposições e na solução obtida partindo dela, percebe-se que o Universo foi, em um passado remoto, um objeto muito denso, onde toda sua massa e energia estava concentrada. Como hoje ele é gigantesco, assume-se que exista alguma “força” que cause essa expansão.

O pontapé inicial para essa expansão é o famoso **Big Bang**, que foi previsto pela primeira vez justamente pelo padre Lemaître. Einstein, inicialmente, era cético à solução do sacerdote belga, mas logo, com a divulgação da experimental **Lei de Hubble-Lemaître** (que demonstrava que o Universo se expande e que a velocidade com que cada objeto distante se afasta de nós é proporcional à sua distância de nós), ele aceitou que tinha errado seu veredicto. É com base nessa solução (com adições provenientes dos outros físicos citados) que os cosmologistas hoje estudam o Universo material.

É conveniente notar que todo o Universo é, atualmente, preenchido por uma radiação cósmica de fundo, na faixa das micro-ondas. Essa radiação surgiu intensa, nos primórdios do Universo — e Deus disse: Faça-se a luz, e a luz foi feita (Gn 1,3) — e, com a expansão do Universo e o desvio para o vermelho por ela provocado, ela se tornou uma radiação de baixa energia (micro-ondas). De algum modo, essa relíquia de um passado remoto evidencia que o modelo cosmológico atual é compatível com as observações. Algo que é impossível é dizer, com base no mero estudo das ciências da natureza, **como** surgiu o Universo? A Física jamais poderá falar a respeito da origem das próprias leis que estuda, pois isso exigiria que houvesse leis anteriores à essas leis. A física moderna é interessante e dá detalhes importantes a respeito de como certas coisas se deram, mas, no fim das contas, é apenas uma ciência materialista, limitada pela própria natureza dos objetos que estuda (sobretudo sendo, pelas vicissitudes que deram origem à física moderna, castrada da causa final e da causa formal).

Encerremos por aqui esta apostila. Na próxima aula, analisaremos as afirmações da Relatividade à luz da sua filosofia, para compreendermos até que ponto essa teoria, correta nas suas previsões, diz o que acha que diz a respeito da realidade factual, real, tal como é de fato.



Padre Lemaître e Albert Einstein

ATIVIDADES

1. Segundo a lei de Hubble-Lemaître, a velocidade com que um objeto distante se afasta de nós é proporcional à sua distância. A constante de proporcionalidade H_0 é denominada constante de Hubble, sendo aproximadamente igual a 22.4 km/s por Mega-ano-luz (um milhão de anos-luz).

A lei pode, portanto, ser escrita como:

$$v = H_0 d$$

Sendo v a velocidade e d a distância de nós.

Usando a fórmula para o efeito Doppler relativístico (revisite seções anteriores), escreva qual é a nossa distância de um objeto cujo desvio para vermelho da frequência que “deveria” estar chegando aqui é

1%:

10%

99%

2. Com base na mesma lei de Hubble, calcule qual deve ser o valor de d para que o objeto se afaste de nós com $v = c$ (note que isso não é proibido pela relatividade, pois não é o objeto que se move, é o próprio “espaço” que cresce e o leva junto – exótico, não?)



AULA 66

A RADIAÇÃO DE CORPO NEGRO



Como vimos anteriormente, **corpos com temperatura maior que zero irradiam ondas eletromagnéticas**. Tal propriedade desempenhou um papel de destaque na Física do final do século XIX e início do século XX, pois o famoso físico Max Planck, ao tentar descrever tal fenômeno teoricamente, introduziu a famosa **constante de Planck**, fundamental para a nova teoria física que haveria de surgir: a **física quântica**.

Tal radiação carrega energia, e tal energia pode ser transmitida até nós sem contato. Por exemplo, se aproximarmos nossa mão de uma brasa incandescente (ainda que ela não esteja brilhante), sentiremos nossa mão esquentando. Ela não está em contato direto com nossa mão – é a radiação eletromagnética emitida por ela que nos esquentam. Se um objeto for esquentado o suficiente, um brilho difuso nele aparecerá – primeiro, avermelhado, depois branco ou até azulado. Assim, existe uma correlação entre a temperatura do objeto e o comprimento da onda eletromagnética que ele emite – quanto maior a temperatura, menor o comprimento de onda e, portanto, maior a energia.

De acordo com a teoria eletromagnética, **cargas elétricas aceleradas emitem radiação**. Deste modo, parece que a radiação térmica possui uma explicação clássica – a temperatura é uma medida macroscópica da agitação microscópica das moléculas de um corpo. Se o corpo está mais quente, as moléculas estão mais agitadas, o que quer dizer que as cargas estão acelerando para lá e para cá mais rápido, emitindo radiação cada vez mais energética. A questão é que partir dessa premissa levou os físicos a absurdos matemáticos que viraram de “ponta-cabeça” o panorama da Física da época, em uma “revolução” tão ou mais radical que aquela proposta pela relatividade de Einstein.

Quando levamos em conta objetos comuns, vários fenômenos eletromagnéticos aparecem ao mesmo tempo. Eles **emitem** radiação térmica e também **absorvem** radiação térmica que neles incide. Um **corpo negro** é um objeto ideal que absorve toda a radiação que nele incide e também emite o máximo de radiação possível a uma dada temperatura. É um objeto que não reflete luz – algo preto fosco, como uma caixa empapelada com papel preto fosco, ou um quadro negro, representam de modo razoavelmente bom um corpo negro.

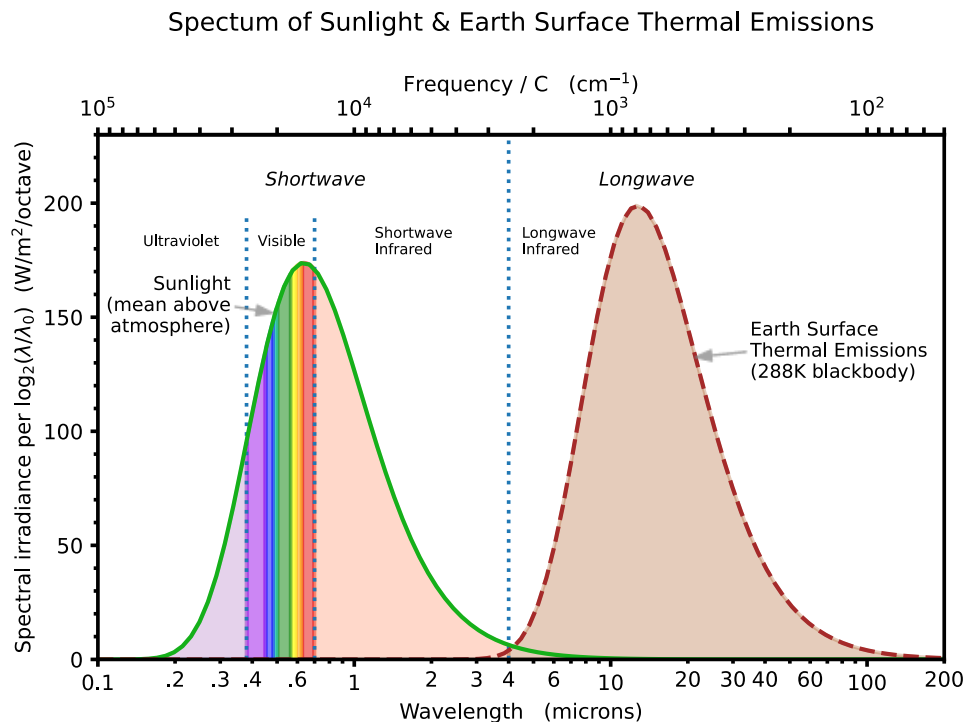
Quanto analisamos um corpo negro, suas propriedades físicas (medidas em laboratório) são as seguintes, no que se refere à **radiância espectral** (quantidade de energia emitida pelo

corpo por unidade de área e de tempo, considerando apenas emissões ao redor de uma dada frequência ν)

Para dada temperatura, a radiância espectral tende para zero tanto para frequências próximas de zero quanto para frequências muito grandes.

A radiância é máxima em uma certa frequência. Essa frequência é tanto maior quanto maior for a temperatura.

A radiância espectral aumenta rapidamente com a temperatura, independentemente de qual é essa temperatura (até chegar ao pico, evidentemente).



Espectro de emissão do Sol e da Terra, em um mesmo gráfico em que o comprimento de onda $\lambda = c/\nu$ é expresso em uma escala logarítmica. Isso permite que os gráficos fiquem lado a lado.

Com base no eletromagnetismo clássico, tentou-se explicar as curvas de emissão de um corpo negro com base nos seguintes pressupostos:

A matéria é composta de partículas carregadas.

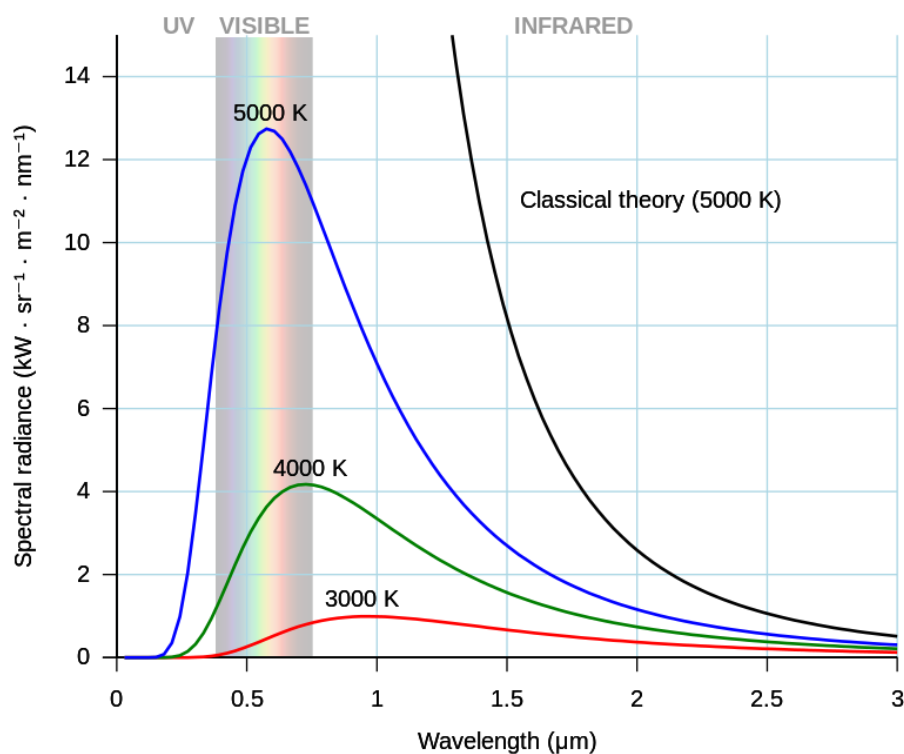
A temperatura é a mensuração do grau de agitação aleatória das partículas constituintes de um objeto.

Cargas aceleradas emitem radiação.

Capitaneado por Lord Rayleigh (1842–1919) e Sir James Jeans (1877–1946), tal esforço redundou na chamada teoria de Rayleigh-Jeans. Esse trabalho consistiu na contagem do número de ondas em um determinado intervalo de frequências dentro de uma cavidade (caixa fechada com um buraco, onde qualquer onda que entre ricocheteia e será absorvida antes de sair – cavidades são corpos negros!). Esse cálculo chegou à seguinte expressão para a radiância (como função da frequência ν).

$$R(\nu) = kT \cdot \frac{2\pi}{c^2} \nu^2$$

Onde k é a constante de Boltzmann, T é temperatura, c é a velocidade da luz e ν é a frequência. A seguinte fórmula corresponde bem à realidade no regime de baixas frequências, mas se torna cada vez maior conforme tomamos frequências mais altas, indo para infinito. Isso, na prática, diz que a energia emitida por fenômenos térmicos deveria ser infinita! Essa é a famosa **catástrofe do ultravioleta**, que expressou uma insuficiência intrínseca na Física clássica, uma insuficiência que exigiu explicações novas.



A curva azul expressa a emissão como função do comprimento de onda (para $T = 5000 \text{ K}$). A curva preta expressa a emissão prevista pela teoria de Rayleigh-Jeans.

Com base neste grande fracasso, Planck verificou os passos tomados e os limites no qual a teoria clássica funciona para, assim, buscar heurísticamente determinar a “face” da nova teoria que explicaria corretamente a emissão de um corpo negro. Seus pressupostos foram os seguintes:

Para frequências próximas de zero, o novo resultado deve ser idêntico ao resultado clássico.

A quantidade de ondas em uma determinada frequência cresce com essa mesma frequência, mas a radiação deve tender a zero. Isso implica que a energia média relativa a emissão de ondas de frequência curta deve tender a zero se a frequência for grande.

O único modo disso funcionar, à luz da moderna Física Estatística, seria (como foi percebido por Planck) se a energia fosse **quantizada**, ou seja, se a energia não pudesse se dar em qualquer valor, mas apenas em múltiplos inteiros de um determinado ΔE

$$E = n\Delta E = h \cdot \nu(n)$$

Com n sendo um número inteiro. Isso exigiria que as próprias frequências fossem quantizadas. A constante h é a chamada **constante de Planck**. Tal iniciativa de Planck foi amparada no desespero – ele fez o que daria certo – mas sua intuição foi tão acertada que essa constante h se tornaria uma das constantes mais importantes da Física!

Usando tal hipótese, Planck conseguiu encontrar uma fórmula para a radiância que correspondia perfeitamente aos resultados experimentais:

$$R(\nu) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2 (\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1)}$$

Onde $\exp x$ expressa a exponencial de base natural $e = 2,73 \dots$. O ajuste levou ao valor:

$$h = 6,626076 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Usando essa expressão, foi possível criar uma fórmula para expressar o fluxo de energia (energia irradiada por unidade de área e unidade de tempo) como função da temperatura.

$$J = \sigma T^4$$

Essa é a chamada **lei de Stefan-Boltzmann**. Seu valor pode ser calculado como função de outras constantes.

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5,6697 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4$$

Nas próximas aulas, veremos como a “quantização” passou a aparecer em outros fenômenos. Isso conduzir-nos-á para veredas não exploradas até então. Avancemos para os exercícios!

(para informações mais avançadas, uma boa referência é https://www.if.ufrgs.br/~betz/iq_XX_A/radTerm/aRadTermFrame.htm)

ATIVIDADES

1. Usando a lei de Stefan-Boltzmann, calcule a quantidade total de energia emitida ao longo de 1 minuto por um corpo de 1 m^2 com temperatura de 1000 K .

2. Usando a fórmula obtida por Planck para a radiância, faça a aproximação válida para ν muito pequeno.

$$\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) \approx \frac{h\nu}{kT}$$

E mostre que, nessas condições, a fórmula se reduz à fórmula de Rayleigh-Jeans.



AULA 70

MECÂNICA QUÂNTICA E O PRINCÍPIO DA INCERTEZA



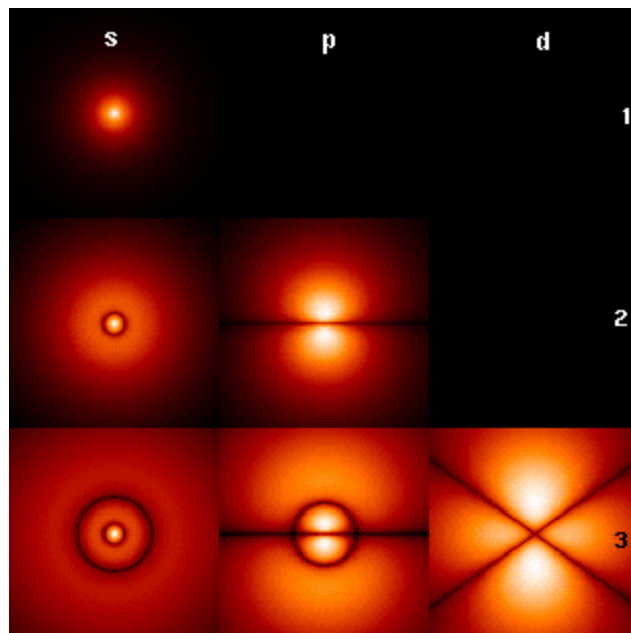
A ideia de De Broglie encerrou a chamada **velha mecânica quântica**, que consistia em ideias de quantização *ad hoc* sobrepostas à modelagens clássicas. Em 1925, Werner Heisenberg (1901–1976) tentou resolver um dos problemas que Bohr não havia conseguido resolver, a saber, a explicação das **intensidades** das diferentes linhas de emissão do hidrogênio (o modelo de Bohr explicava com sucesso as frequências de emissão, mas sem explicar a intensidade das linhas relativas a cada frequência). Através de um pesado raciocínio matemático, Heisenberg conseguiu chegar em uma expressão razoável. Com base nisso, Max Born (1882–1970) e Ernst Pascual Jordan (1902–1980) entraram em contato com Heisenberg e, juntos, realizaram um trabalho mais abrangente com base na teoria matemática das matrizes (hoje, alunos estudam matrizes nas escolas, mas isso era incomum na época).



Erwin Schrödinger

Na mesma época, em 1926, Erwin Schrödinger partiu da ideia de De Broglie (a de que existia uma “onda” associada à objetos materiais – note, estou por enquanto apenas descrevendo as teorias, sem fazer afirmações a respeito do que elas realmente são “no mundo real”) e desenvolveu uma equação para descrever o comportamento das “ondas” de matéria. Essa equação é chamada hoje de **equação de Schrödinger**, e é talvez a equação mais fundamental da Física moderna, ao menos em termos de aplicabilidade prática. As soluções dessa equação, dado um determinado sistema físico, ditam quais são os estados “permitidos” de um sistema (por exemplo, no caso do átomo de hidrogênio, os elétrons só podem estar em órbitas específicas, não entre elas) e também as mudanças desse

sistema com o tempo. O próprio Schrödinger aplicou sua teoria no átomo de hidrogênio, considerando-o como um sistema constituído por um elétron atraído por um próton via atração de Coulomb. Os resultados reproduziram e foram além daqueles obtidos por Bohr. O próprio Schrödinger provou, após entrar em contato com a teoria de Heisenberg, que ambas eram equivalentes, ou seja, a teoria de ambos possuía uma forma comum subjacente.



Formato das nuvens eletrônicas para relativas ao átomo de hidrogênio

Essas teorias, já em 1928, permitiram a solução completa do átomo de hidrogênio, modelando o elétron em termos de uma “nuvem” eletrônica, uma função de onda cuja “forma” expressa a probabilidade de encontrarmos o elétron em tal ou qual posição se nós o medirmos.



Instituto Niels Bohr, em Copenhague.

Essas novas teorias trouxeram confusão à mente dos físicos da época. Com base em muitas discussões, chegou-se a um consenso comumente chamado de “interpretação de Copenhague”, pois era no Instituto de Física de Copenhague (depois nomeado instituto Niels Bohr, pois foi ele o fundador) que os maiores físicos da época se reuniam. Esse consenso consistia nos seguintes postulados:

Um sistema físico é completamente descrito por um estado quântico.

A mudança de um estado quântico com o tempo é determinada pela Equação de Schrödinger relativa àquele sistema.

As interações atômicas são descontínuas – um elétron muda de estado quântico “instantaneamente”, sem transcorrência de tempo.

A descrição da natureza é essencialmente probabilística – uma função de onda é constituída por uma combinação (uma espécie de “média ponderada”) de todos os possíveis estados estacionários (permitidos). O quadrado do “peso” que aparece na média ponderada vai dizer qual é a probabilidade daquele estado ser “escolhido” (por Deus?) no ato da medição.

Algumas propriedades são incompatíveis (não comutam, como se diz em linguagem de matrizes). Dentre elas, podemos listar o par “momento linear” e “posição”. Não é possível saber, com precisão arbitrária, o valor de propriedades incompatíveis ao mesmo tempo (princípio da incerteza de Heisenberg).

A matéria, assim como a luz, exibe dualidade onda-partícula. Ela apresentará uma ou outra propriedade por vez, mas não ambas ao mesmo tempo.

Os instrumentos de medição medem propriedades clássicas – posição, momento, momento angular, etc.

Um sistema quântico “grande” será descrito pelas leis da mecânica clássica (princípio da correspondência).

Esse calhamaço de postulados pede, em alguns pormenores, algumas explicações mais detalhadas. Primeiro, falemos do **princípio da Incerteza de Heisenberg**.

Olhando para trás, para o curso de mecânica clássica, tínhamos como meta descobrir a posição e a velocidade de um corpo material sabendo sua posição e sua velocidade em um momento anterior. Fazendo a conjunção das **condições iniciais** com as equações de movimento (isto é – 2ª Lei de Newton), poderíamos prever com precisão o movimento desse corpo material. O princípio da incerteza de Heisenberg diz que, para objetos muito pequenos, descritos pela Mecânica Quântica, tal coisa é impossível. Em especial, ele se atentou à medição simultânea de posição e do momento linear do elétron, chegando a seguinte conclusão:

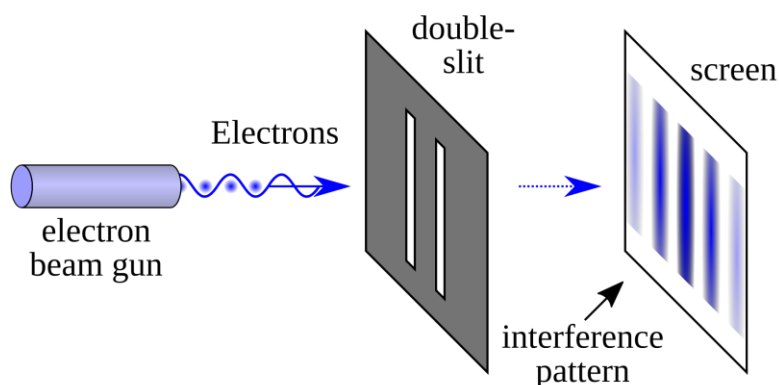
Quanto maior a precisão na medição da posição do elétron, menor será a precisão na medição de seu momento linear, e vice-versa.

Em termos matemáticos, chamando a incerteza na medição da posição de Δx e a incerteza na medição do momento linear de Δp , temos:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Para objetos muito pequenos, medir a posição “perturba” a velocidade do objeto, e medir a velocidade “perturba” sua posição. Isso não pode ser resolvido com instrumentos mais delicados: primeiro, porque todo instrumento de medição é um sistema físico, e segundo, porque tal incerteza é **intrínseca** à própria estrutura do mundo quântico.

Outro ponto que merece atenção especial é o **experimento da fenda dupla**. Esse experimento fora utilizado em séculos anteriores para provar o caráter ondulatório da luz. Na década de 1920, ele foi utilizado para provar que matéria (por exemplo, elétrons) também podiam se comportar como ondas. Assim, foi demonstrado que, ao atirar um único elétron em uma fenda dupla, um padrão de interferência aparecia. Uma quantidade razoável de anos depois, John Archibald Wheeler (1911–2008) se perguntou o que aconteceria se medíssemos *a posteriori* a trajetória do elétron (exemplo: por qual fenda ele passou). Essa medição *a posteriori* “destrói” o caráter ondulatório do elétron, pois, ao medir a sua posição, “colapsamos” a onda que o descreve. Assim, se medirmos *a posteriori* por onde ele passou, teremos o resultado “esse” ou “aquele”, e o padrão de interferência não aparece (pois o elétron comportou-se como partícula).



Experimento da fenda dupla.

Um terceiro ponto é o chamado **princípio da correspondência**, que fala a respeito de como sistemas quânticos “grandes” tem comportamento “clássico”. Quando olhamos, por exemplo, para a posição média de um grande conjunto de partículas e como essa posição média varia com o tempo, veremos que essa posição varia **como uma massa sujeita a uma força** – é a Segunda Lei de Newton que ali emerge! Não sendo a mesma coisa, mas apenas relacionada com ela, vem a questão do comprimento da onda de De Broglie.

Em sistemas muito leves ou pequenos, λ é relevante. Se ele é grande, λ será em geral dezenas de ordens de grandeza menor do que o objeto considerado, de modo que podemos e devemos ignorar tal comprimento de onda. Entretanto, é difícil dizer (ao menos partindo da própria teoria) onde termina os limites de mecânica quântica e onde começam os limites da mecânica clássica: não é algo tão simples quanto “a velocidade é muito menor que a velocidade da luz” da física relativística.

As equações da mecânica quântica preveem e descrevem fenômenos muito esquisitos – por exemplo, um elétron tem uma probabilidade não-nula de atravessar uma barreira de energia maior do que a energia que ele possui (seria o equivalente clássico de uma bolinha com pouca velocidade subindo uma rampa que ela não deveria ser capaz de subir). Essa bizarra propriedade, chamada de **tunelamento quântico**, é utilizada em diversas tecnologias modernas, indo desde microscopia até equipamentos eletrônicos de armazenamento. Outra coisa estranha é o “emaranhamento quântico”, que é um fenômeno no qual duas partículas passam a compartilhar (grosso modo) uma mesma função de onda. Esse compartilhamento continua mesmo quando as partículas são afastadas. Se uma delas é alterada (por, por exemplo, uma medição), a outra também muda **instantaneamente**. Tal efeito é chamado de **emaranhamento quântico** e é interessante, entre outros motivos, porque sugere que a **relatividade de Einstein não é absoluta**.

A mecânica quântica abriu veredas até então impensadas, de sorte que mais de 90% da pesquisa em Física feita hoje em dia é com base na mecânica quântica. Seu desenvolvimento e compreensão permitiu o desenvolvimento de tecnologias que hoje são essenciais, como lasers, microscópios eletrônicos, dispositivos de ressonância magnética e, principalmente, permitiu o desenvolvimento dos diodos e dos transistores, sem os quais não haveria computadores, celulares ou telefones. O impacto causado pela mecânica quântica na tecnologia é quase imensurável!

ATIVIDADES

1. Suponha que queiramos medir a posição de uma partícula com precisão de $\Delta x = 10^{-12}$ metros. Qual será a incerteza na medição do momento linear dessa partícula?
2. Calcule o comprimento de onda de uma pessoa de 70 kg se movendo a $v = 5$ m/s. O que esse comprimento de onda expressa a respeito do comportamento quântico dessa pessoa?
3. Aristóteles dizia que, conforme fôssemos descendo até os componentes mais fundamentais dos entes, encontraríamos cada vez mais potencialidades e indefinições. Como isso se concilia com a física quântica? Explique.