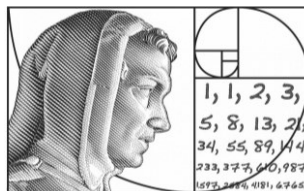

ENSINO FUNDAMENTAL – 6º ANO – MATEMÁTICA VOLUME 1

Apostila do 6º ano do Ensino Fundamental, escrita pelo Instituto São Carlos Borromeu. O conteúdo é indicado para estudo individual domiciliar, apoio escolar ou como material didático escolar.





MATEMÁTICA



AULA 03

NUMERAIS ROMANOS



império romano no ocidente durou até cerca do século V, e seu sistema de numeração se manteve até o século X, quando o Papa Silvestre II introduziu os numerais indo-arábicos no ocidente.

Diferentemente do egípcio e do babilônico, o sistema de numeração romano, ainda é empregado atualmente para marcar: os séculos, nomes de Reis e Papas, marcar as horas nos relógios, na designação de congressos, feiras, olimpíadas, assembleias, numerar capítulos de livros, etc.

Exemplos:

1. São Pio V foi um Papa da Igreja Católica.
2. O século XX inicia-se em 1º de janeiro de 1901 e vai até 31 de dezembro de 2000.
3. Relógio com números romanos



Ao longo dos anos, esse sistema de numeração passou por várias modificações até chegar à forma que conhecemos atualmente. Foi o sistema de algarismos mais conhecido na Europa durante o Império Romano, antes de ser substituído pelos algarismos indo-arábicos

Os romanos utilizaram sete letras maiúsculas do alfabeto para representar os numerais.

Vejamos a tabela com os símbolos romanos e seu valor correspondente:

Símbolo	Valor correspondente
I	1
V	5
X	10
L	50

A
junção

C	100
D	500
M	1000

desses símbolos formava o sistema de numeração romano que era útil para o dia a dia dos romanos, porém para realização de contas, ele é pouco eficiente.

Os algarismos romanos superaram os egípcios e babilônicos e sua forma de notação incluía tanto a operação de adição quanto a operação de subtração, de acordo com a posição em que os símbolos eram dispostos.

Agora iremos estudar as regras de escrita dos números romanos.

1ª Se à direita de um símbolo romano se escreve outra igual ou menor, o valor desta se soma ao valor da anterior.

Exemplos:

1. XXIII = 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 = 23.
2. XXXV = 10 + 10 + 10 + 5 = 35.
3. VII = 5 + 1 + 1 = 7.

2ª O símbolo "I" colocado diante dos símbolos "V" ou "X", subtrai uma unidade; o símbolo "X", precedendo os símbolos "L" ou "C", lhes subtrai dez unidades e o símbolo "C", diante dos símbolos "D" ou "M", lhes subtrai cem unidades.

Exemplos:

1. IV = 5 – 1 = 4.
2. IX = 10 – 1 = 9.
3. XL = 50 – 10 = 40.
4. XC = 100 – 10 = 90.
5. CD = 500 – 100 = 400.
6. CM = 1000 – 100 = 900.

3ª Em nenhum número se pode pôr uma mesma letra mais de três vezes seguidas. Antigamente se via a letra "I" ou a "X" até quatro vezes seguidas.

Exemplos:

1. XIII = 13.
2. XIV = 14.
3. XXXIII = 33.
4. XXXIV = 34.

4ª As letras "V", "L" e "D" não podem se duplicar porque outras letras ("X", "C", "M") representam seu valor duplicado.

Exemplos:

1. X = 10.
2. C = 100.
3. M = 1.000.

5ª Se entre duas cifras quaisquer existe outra menor, o valor desta pertencerá à letra seguinte a ela.

Exemplos:

1. XIX = 19.
2. LIV = 54.
3. CXXIX = 129.

6ª O valor dos números romanos quando multiplicados por mil, levam barras horizontais em cima dos mesmos.

Exemplos:

1. $\overline{IV} = 4 \cdot 1000 = 4000$.
2. $\overline{XV} = 15 \cdot 1000 = 15\,000$.

LEITURA DOS NÚMEROS ROMANOS

Quando o algarismo for de 1 a 10 (I a X) lê-se como numeral ordinal e quando for a partir do 11 (XI) em diante, como numeral cardinal.

Exemplos:

1. São Pio V $\rightarrow$ São Pio quinto.
2. Século III $\rightarrow$ Século terceiro.
3. Século XX $\rightarrow$ Século vinte.

ANOS E SÉCULOS

A Encarnação do Verbo é o marco inicial para a contagem dos séculos. O século I é o século em que Jesus viveu. Os séculos anteriores ao nascimento de Jesus são marcados com a notação a.C. (antes de Cristo); todos os séculos posteriores são marcados com a notação d.C. (depois de Cristo).

Século é o período de cem anos, contado a partir de um ponto cronologicamente determinado. Iniciamos a contagem do século I a partir do ano 1 até o ano 100. No início do ano 101, inicia-se o século II que vai até o ano 200.

Para determinar o século a que um número pertence devemos analisar os dois últimos algarismos desse número e verificar se o ano termina em 00 ou não.

- **Se o ano terminar em 00:** o século desse número equivale ao número formado pelos algarismos à esquerda do 00.

- **Se o ano não terminar em 00:** o século desse número equivale acrescentar 1 ao número formado pelos primeiros algarismos.

Exemplos:

1. O ano de 200 pertence ao século II, pois termina em 00 e o número formado pelos algarismos à esquerda do 00 é o 2.

2. O ano de 1800 pertence ao século XVIII, pois termina em 00 e o número formado pelos algarismos à esquerda do 00 é o 18.

3. O ano de 1925 pertence ao século XX, pois não termina em 00 e com isso devemos acrescentar 1 ao número formado pelos primeiros algarismos, que nesse caso é o 19, então $19 + 1 = 20$.

4. O ano de 534 pertence ao século VI, pois não termina em 00 e com isso devemos acrescentar 1 ao número formado pelos primeiros algarismos, que nesse caso é o 5, então $5 + 1 = 6$.

Segundo historiadores, o matemático italiano Leonardo Pisano, mais conhecido como Fibonacci, ajudou os europeus a adotarem os numerais indo-arábicos, que vieram para substituir os numerais romanos e isso consta em seu *Liber Abaci* ("Livro de Cálculo"), que escreveu em 1202 após estudar com um professor árabe.

Na próxima aula estudaremos os numerais indo-arábicos.

ATIVIDADES

1. Faça uma tabela com os símbolos, nomes e valores dos numerais romanos.

2. Explique, com suas palavras, as regras de escrita dos números romanos.

3. Escreva por extenso como se lê:

a. Século VI

c. São Pio X

e. Artigo XI

b. Capítulo III

d. Século XIX

4. Encontre o século de cada ano: 1023

a. 856

d. 1300

g. 1999

b. 2024

e. 1756

h. 2002

c. 1000

f. 2000

i. 2265

5. Passe os números romanos abaixo para o nosso sistema de numeração:

- | | | |
|----------|--------------|------------------------|
| a. XVII | e. MMMCCXXII | i. $\bar{V}$ DCCVIII |
| b. XXXIV | f. CMXIX | j. MDCCXV |
| c. XLV | g. CDXLIV | k. $\bar{VII}$ CXVII |
| d. LXIII | h. DCCLXXI | l. $\bar{XXII}$ DCLXXI |

6. Escreva os números decimais em algarismos romanos.²⁹

- | | | |
|--------|---------|-----------|
| a. 41 | e. 458 | i. 4896 |
| b. 54 | f. 780 | j. 10 588 |
| c. 67 | g. 1036 | k. 29 989 |
| d. 123 | h. 2415 | |

7. O algarismo romano **MCIX**, no sistema de numeração decimal é representado por:

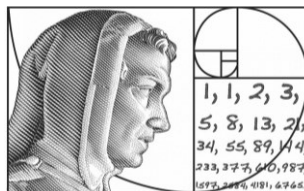
- | | |
|---------|---------|
| a. 1129 | c. 1119 |
| b. 1009 | d. 1109 |

8. O algarismo romano MMMDCCXVII representa o seguinte número decimal:

- | | |
|---------|---------|
| a. 3716 | c. 3718 |
| b. 3717 | d. 3719 |

9. A independência do Brasil foi proclamada no dia 7 de setembro do ano de 1822 por Pedro I. O ano da independência do Brasil em algarismos romanos foi em:

- | | |
|---------------|--------------|
| a. MDCCCXXVII | c. MDCCCXXII |
| b. MDCCXCII | d. MDCCLXVII |



AULA 07

OPERAÇÃO COM CONJUNTOS - PARTE I



essa lição estudaremos duas operações com conjuntos, são elas: união e interseção de conjuntos.

Primeiramente estudaremos a operação de união de conjuntos.

UNIÃO DE CONJUNTOS

Definição: Dados dois conjuntos A e B, chama-se **união de A e B** o conjunto formado pelos elementos pertencentes ao conjunto A ou ao conjunto B.

Notação: $A \cup B$

Lê-se: O conjunto A união ao conjunto B ou A união B.

Usando a notação acima e símbolos matemáticos, podemos também definir união de conjuntos, como segue abaixo:

$$A \cup B = \{\text{todos os elementos do conjunto A e do conjunto B}\}$$

Vejamos alguns exemplos sobre União de Conjuntos:

Exemplos:

1. Seja o conjunto $A = \{a, b, c, d\}$ e o conjunto $B = \{e, f, g\}$. Quais são os elementos do conjunto união de A e B?

Resolução: Os elementos do conjunto união de A e B são todos os elementos tanto do conjunto A quanto do conjunto B, sem repetir elementos, isto é:

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g\}$$

2. Seja o conjunto $C = \{a, b, c\}$ e o conjunto $D = \{c, d, e\}$. Quais são os elementos do conjunto união de C e D?

Resolução: Os elementos do conjunto união de C e D são todos os elementos tanto do conjunto C quanto do conjunto D, sem repetir elementos, isto é:

$$C \cup D = \{a, b, c, d, e\}$$

3. Seja o conjunto $E = \{c, d\}$ e o conjunto $F = \{b, c, d, e\}$. Quais são os elementos do conjunto união de E e F?

Resolução: Os elementos do conjunto união de E e F são todos os elementos tanto do conjunto E quanto do conjunto F, sem repetir elementos, isto é:

$$E \cup F = \{b, c, d, e\} = F$$

4. Seja o conjunto $G = \{a, b, c, d\}$ e o conjunto $H = \emptyset$. Quais são os elementos do conjunto união de G e H?

Resolução: Os elementos do conjunto união de G e H são todos os elementos tanto do conjunto G quanto do conjunto H, sem repetir elementos, isto é:

$$G \cup H = \{a, b, c, d\} = G$$

5. Seja o conjunto $I = \emptyset$ e o conjunto $J = \emptyset$. Quais são os elementos do conjunto união de I e J?

Resolução: Os elementos do conjunto união de I e J são todos os elementos tanto do conjunto I quanto do conjunto J, sem repetir elementos, isto é:

$$I \cup J = \emptyset$$

6. Seja o conjunto $K = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e o conjunto $L = \{2, 4, 6\}$. Quais são os elementos do conjunto união de K e L?

Resolução: Os elementos do conjunto união de K e L são todos os elementos tanto do conjunto K quanto do conjunto L, sem repetir elementos, isto é:

$$K \cup L = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

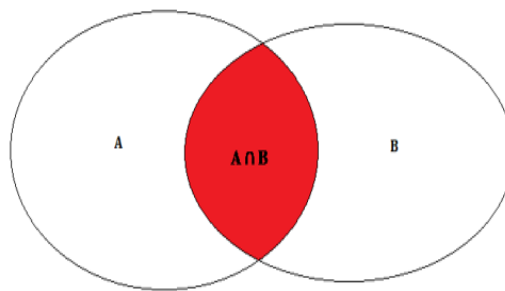
INTERSEÇÃO DE CONJUNTOS

Definição: Dados dois conjuntos A e B, chama-se **interseção de A e B** o conjunto formado pelos elementos em comum dos conjuntos A e B.

Notação: $A \cap B$

Lê-se: O conjunto A interseção ao conjunto B ou A inter B.

Usando a notação acima e símbolos matemáticos, podemos também definir interseção de conjuntos, como segue abaixo:



$A \cap B = \{\text{todos os elementos que se repetem no conjunto A e B}\}$

Vejamos alguns exemplos sobre interseção de Conjuntos:

Exemplos:

1. Seja o conjunto $A = \{a, b, c\}$ e o conjunto $B = \{c, d, e\}$. Quais são os elementos do conjunto interseção de A e B?

Resolução: Os elementos do conjunto interseção de A e B são todos os elementos que pertencem aos dois conjuntos, isto é:

$$A \cap B = \{c\}$$

2. Seja o conjunto $C = \{a, b, c, d\}$ e o conjunto $D = \{a, b, c, d\}$. Quais são os elementos do conjunto interseção de C e D?

Resolução: Os elementos do conjunto interseção de C e D são todos os elementos que pertencem aos dois conjuntos, isto é:

$$C \cap D = \{a, b, c, d\}$$

3. Seja o conjunto $E = \{a, b, c, d\}$ e o conjunto $F = \{e, f, g, h, i\}$. Quais são os elementos do conjunto interseção de E e F?

Resolução: Os elementos do conjunto interseção de E e F são todos os elementos que pertencem aos dois conjuntos, isto é:

$$E \cap F = \emptyset$$

4. Seja o conjunto $I = \{a, b\}$ e o conjunto $J = \emptyset$. Quais são os elementos do conjunto interseção de I e J?

Resolução: Os elementos do conjunto interseção de I e J são todos os elementos que pertencem aos dois conjuntos, isto é:

$$I \cap J = \emptyset$$

ATIVIDADES

1. Dados os conjuntos $A = \{a, b, c\}$, $B = \{c, d\}$ e $C = \{c, e\}$, determine:

- a. $A \cup B$
- b. $A \cup C$
- c. $B \cup C$
- d. $A \cup B \cup C$

2. Dados os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, c, d, e\}$ e $C = \{c, e, f\}$ determine:

- a. $A \cap B$
- b. $A \cap C$
- c. $B \cap C$
- d. $A \cap B \cap C$

3. Determine:

- a. $\{1, 3, 5\} \cap \{1, 9, 5\}$
- b. $\{a, b\} \cap \{m, c, a\}$
- c. $\{1, 3, 5, 7\} \cap \{5\}$
- d. $\{2, 8\} \cap \{2, 8\}$
- e. $\{4, 5, 6\} \cap \{7, 8\}$
- f. $\{7, 5\} \cap \{1, 7, 2, 8, 5\}$
- g. $\{4, 3\} \cap \{1, 2, 5\}$
- h. $\{6, 8, 7\} \cap \{5, 6, 7\}$

4. Dados os conjuntos:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$C = \{4, 5, 6\}$$

$$B = \{3, 4, 5\}$$

$$D = \{2\}$$

Determine:

- a. $A \cap B$
- b. $B \cap A$
- c. $A \cap C$
- d. $C \cap B$
- e. $A \cap B \cap C$
- f. $C \cap B \cap A$
- g. $A \cap C \cap D$
- h. $A \cap B \cap D$

5. Determine:

- a. $\{7, 8, 78\} \cap \{78, 87\}$
- b. $\{a, b, c, d\} \cap \emptyset$
- c. $\{x\} \cap \{y\} \cap \{z\}$
- d. $\{2, 4\} \cap \{4, 5\} \cap \{4, 6\}$

6. (CESCEM-SP) Dados os conjuntos $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ e $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, obtenha o conjunto intersecção.

7. Determine:

- a. $\{1, 3, 4\} \cup \{5, 3\}$
- b. $\{a\} \cup \{a, b, c\}$
- c. $\{4, 5\} \cup \{4, 5, 6, 7\}$
- d. $\{1, 6\} \cup \{5, 8\}$
- e. $\{3, 8, 9\} \cup \{3, 2\}$
- f. $\{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 7\}$
- g. $\{4, 5\} \cup \{5, 4\}$
- h. $\{a, b, c, d\} \cup \{e\}$
- i. $\{7, 8\} \cup \emptyset$
- j. $\emptyset \cup \{1, 5, 2\}$

8. Dados os conjuntos:

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{3, 4\}$$

$$C = \{2, 4\}$$

$$D = \{6\}$$

Determine:

a. $A \cup B$

b. $B \cup A$

c. $A \cup C$

d. $D \cup A$

e. $C \cup D$

f. $B \cup C$

g. $C \cup B$

h. $B \cup D$

i. $A \cup B \cup C$

j. $C \cup B \cup A$

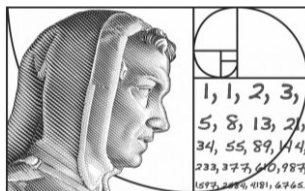
k. $A \cup C \cup D$

l. $D \cup A \cup C$

9. Determine $A \cup B$ em cada caso:

a. $A = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8\}$

b. $A = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$ e $B = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$



AULA 10

ADIÇÃO

A palavra adição provém do latim *adere* e significa acrescentar a, juntar quantidades homogêneas, e na matemática a operação da adição tem tudo a ver com o significado dessa palavra.

Definição: Adição é uma operação matemática que consiste em juntar quantidades de mesma natureza.

Pela etimologia da palavra adição vimos que as palavras acrescentar e juntar remete à operação da adição. Existem outras palavras que nos ajudam a saber quando devemos aplicar a operação de adição, que são: aumentar, ganhar e receber.

Juntar quantidades de mesma natureza, significa somar essas quantidades quando elas pertencem a uma mesma característica e, esse processo, leva em consideração a abstração do número ao objeto a que ele está associado. Vejamos alguns exemplos:

Exemplos:

1. Cleber possui 10 mesas e 15 cadeiras em seu escritório. Quantos objetos ele possui?

Resolução: Mesas e cadeiras não têm a mesma natureza, pois, uma é usada para apoiar coisas e a outra para sentar-se. Porém, mesas e cadeiras são consideradas objetos. Assim, temos que:

$$10 \text{ mesas} + 15 \text{ cadeiras} = 25 \text{ objetos}$$

2. Maria resolveu doar roupas e calçados para algumas famílias que estavam precisando. Ela arrecadou 54 peças de roupas e 90 calçados. Maria já havia doado no mês passado 32 peças de roupa e 50 calçados. Agora, responda:

a. Quantas peças de roupa foram doadas por Maria?

Resolução: $32 \text{ peças} + 54 \text{ peças} = 86 \text{ peças de roupas}.$

b. Quantos calçados foram doados por Maria?

Resolução: 50 calçados + 90 calçados = 140 calçados.

ELEMENTOS DA ADIÇÃO

Na operação da adição, os valores que são somados recebem o nome de parcela e o resultado obtido da soma das parcelas recebe o nome de soma.

Usamos um símbolo para representar a operação da adição, que é o símbolo +.

$$\begin{array}{r} 35 \rightarrow \text{Parcela} \\ \text{Símbolo} \leftarrow + 23 \rightarrow \text{Parcela} \\ \hline 58 \rightarrow \text{Soma} \end{array}$$

Exemplos:

1. Jhonatan comprou um presente para a sua irmã e ele pagou o valor total em cinco parcelas iguais de R\$ 126,00 cada. Qual o valor total do presente que Jhonatan comprou?

Resolução:

$$126 + 126 + 126 + 126 + 126 = 630$$

Portanto, o total pago por Jhonatan foi de R\$ 630,00.

2. Calcule $x + y + z$, quando $x = 15$, $y = 68$ e $z = 57$.

Resolução: Para calcular $x + y + z$ basta substituir as letras pelos seus valores numéricos, então temos que:

$$x + y + z = 15 + 68 + 57 = 140$$

PROVA REAL DA ADIÇÃO

Para confirmar se a adição foi executada corretamente, é necessário realizar a subtração entre a soma e qualquer uma das parcelas. O resultado deve ser, sem dúvida, o outro número.

$$\text{Soma} - \text{Parcela 1} = \text{Parcela 2}$$

ou

$$\text{Soma} - \text{Parcela 2} = \text{Parcela 1}$$

Exemplos

1. Faça a prova real da seguinte adição: $456 + 328 = 784$.

Resolução:

$$\text{Soma} - \text{Parcela 1} = \text{Parcela 2}$$

$$784 - 456 = 328$$

$$328 = 328$$

2. Faça a prova real da seguinte adição: $297 + 126 = 423$.

Resolução:

$$423 - \text{Parcela 2} = \text{Parcela 1}$$

$$423 - 126 = 297$$

$$297 = 297$$

ATIVIDADES

1. Qual o significado de adição?
2. Quais são os elementos da operação da adição? Dê um exemplo.
3. Quando Inês nasceu, seu pai tinha 32 anos. Hoje Inês tem 17 anos. Agora responda:
 - a. Quantos anos o pai de Inês tem a mais que ela?
 - b. Quantos anos ele tem hoje?
4. Em uma adição, as parcelas são 721 e 139. Qual é a soma? Faça a prova real depois.
5. Determine a soma do número 273 com o seu sucessor.
6. Um objeto custa R\$ 415 720,00. O comprador terá ainda R\$ 28 912,00 de despesa de frete. Quanto o comprador vai gastar?
7. Um menino estuda 2 horas e 45 minutos pela manhã e 4 horas e 30 minutos à tarde. Quantos tempo o menino estuda diariamente?
8. Calcule $x + y + z$, quando:
 - a. $x = 29$, $y = 8$ e $z = 1007$
 - b. $x = 1300$, $y = 130$ e $z = 13$
 - c. $x = 294$, $y = 6873$ e $z = 749$

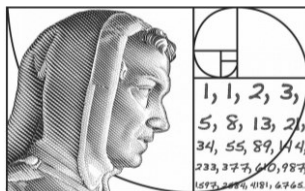
9. Os donos dos supermercados Compre Sempre Mais, Carrinho Cheio e Não Saia de Mãos Vazias, estavam discutindo sobre o número de pessoas que frequentavam os seus estabelecimentos durante o final de semana. A tabela abaixo mostra os dados que cada um revelou:

	Sábado	Domingo
Compre Sempre Mais	456	746
Carrinho Cheio	580	810
Não Saia de Mãos Vazias	860	1045

- Quantas pessoas frequentam cada supermercado?
- Quais dos supermercados recebem mais pessoas em seu estabelecimento?
- Sabendo que todas as pessoas da cidade frequentam os supermercados aos finais de semana, qual é o número de pessoas nesta cidade?

10. Efetue:

- $456 + 1895$
- $148 + 9754 + 98\,428$
- $5212 + 4234$
- $8956 + 2859$
- $6548 + 6730$
- $11412 + 7996$



AULA 15

PROPRIEDADE DOS $\mathbb{N}$

Nesta aula estudaremos algumas propriedades importantes do conjunto dos números naturais.

As propriedades que estudaremos são: comutativa, associativa, distributiva, elemento neutro e operações fechadas.

OPERAÇÕES FECHADAS NOS NATURAIS

Já estudamos as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão no conjunto dos números naturais e vimos que as operações de adição e multiplicação podem ser realizadas sem restrições dentro do conjunto dos naturais, diferentemente das operações de subtração e divisão.

Assim, se somarmos ou multiplicarmos quaisquer dois ou mais números naturais encontraremos como resultado um número natural. Matematicamente podemos escrever da seguinte forma:

$$\mathbb{N} + \mathbb{N} = \mathbb{N}$$

A soma de dois números naturais sempre será um número natural.

$$\mathbb{N} \times \mathbb{N} = \mathbb{N}$$

O produto de dois números naturais sempre será um número natural.

Desta forma, dizemos que as operações de adição e multiplicação são **operações fechadas** no conjunto dos números naturais, pois se somarmos ou multiplicarmos números naturais o resultado sempre será natural.

Já as operações de subtração e divisão não são fechadas nos naturais, pois vimos que, para ocorrer essas duas operações nos naturais, devemos certificar que o minuendo seja maior que o subtraendo, e o dividendo seja múltiplo do divisor.

Exemplos:

1. Seja $25 + 17 = 42$.

Nesta operação, temos que a primeira parcela $25 \in \mathbb{N}$, a segunda parcela $17 \in \mathbb{N}$ e a soma $42 \in \mathbb{N}$, pois a adição é fechada nos naturais.

2. Seja $5 - 2 = 3$.

Nesta operação temos que o minuendo é maior que o subtraendo e $5 \in \mathbb{N}$ e $2 \in \mathbb{N}$ então a diferença $3 \in \mathbb{N}$.

3. Seja $3 - 4 = -1$.

Nesta operação temos que o minuendo é menor que o subtraendo então a diferença não pertence aos naturais.

4. $7 \cdot 5 = 35$

Nesta operação temos que os fatores $\in \mathbb{N}$, então o produto $\in \mathbb{N}$, pois a multiplicação é fechada nos naturais.

5. $100 : 2 = 50$

Nesta operação temos que o dividendo é múltiplo do divisor e $100 \in \mathbb{N}$ e $2 \in \mathbb{N}$, então o quociente $50 \in \mathbb{N}$.

6. $1 : 2 = 0,5$

Nesta operação temos que o dividendo não é múltiplo do divisor, então o quociente não é natural.

PROPRIEDADE COMUTATIVA

A palavra comutativa provém da ação de comutar, vocábulo originado do latim *commuto* e que carrega consigo o significado de alterar, trocar.

Definição: A propriedade comutativa é uma regra matemática que determina que a ordem para somar ou multiplicar dois elementos pode ser modificada sem alterar o resultado.

Matematicamente escrevemos esta propriedade da seguinte maneira:

Comutativa: Seja $a, b \in \mathbb{N}$ então temos:

1ª. A ordem das parcelas não altera a soma.

$$a + b = b + a$$

2ª. A ordem dos fatores não altera o produto.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Observação: a e b podem ser quaisquer números naturais.

Exemplos:

1. Verifique a propriedade comutativa na soma de 15 e 20.

Resolução:

$$15 + 20 = 35$$

$$20 + 15 = 35$$

Notem que a ordem das parcelas não altera a soma, isto é, as duas somas deram 35.

Portanto, acabamos de verificar a propriedade comutativa nesta adição.

2. Verifique a propriedade comutativa na multiplicação de 14 e 16.

Resolução:

$$14 \cdot 16 = 224$$

$$16 \cdot 14 = 224$$

Notem que a ordem dos fatores não altera o produto, isto é, as duas multiplicações deram 224.

Portanto, acabamos de verificar a propriedade comutativa nesta multiplicação.

PROPRIEDADE ASSOCIATIVA

A palavra associativa deriva do verbo associar, um termo que tem origem na palavra latina *associare* e que tem como significado reunir, unir.

Definição: A propriedade associativa é uma regra matemática que determina podermos somar ou multiplicarmos três ou mais números, na ordem que quisermos e o resultado sempre será o mesmo.

Matematicamente escrevemos esta propriedade da seguinte maneira:

Associativa: Seja $a, b, c \in N$ então temos:

1ª. **Associativa da adição**

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

2ª. **Associativa da multiplicação**

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Observação: O que estiver entre parênteses deverá ser resolvido primeiramente.

Vejamos os exemplos desta propriedade:

Exemplos:

1. Verifique a propriedade associativa na soma $11 + 17 + 35$.

Resolução:

$$\begin{aligned}(11 + 17) + 35 \\ 28 + 35 \\ 63\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}11 + (17 + 35) \\ 11 + 52 \\ 63\end{aligned}$$

Portanto, acabamos de verificar a propriedade associativa na adição.

Observação: Notem que poderíamos comutar as parcelas iniciais e depois associar as duas últimas parcelas e chegaríamos no mesmo resultado.

$$(11 + 17) + 35 = (17 + 11) + 35 = 17 + (11 + 35) = 17 + 46 = 63$$

2. Verifique a propriedade associativa na multiplicação $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$.

Resolução:

$$(2 \cdot 3) \cdot 4$$

$$6 \cdot 4$$

$$24$$

$$2 \cdot (3 \cdot 4)$$

$$2 \cdot 12$$

$$24$$

Portanto, acabamos de verificar a propriedade associativa na multiplicação.

Observação: Notem que poderíamos comutar os fatores iniciais e depois associar os dois últimos fatores e chegaríamos no mesmo resultado.

$$(2 \cdot 3) \cdot 4 = (3 \cdot 2) \cdot 4 = 3 \cdot (2 \cdot 4) = 3 \cdot 8 = 24$$

PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA

Definição: Para multiplicar uma soma ou uma subtração por um número natural, devemos multiplicar cada termo da soma ou da subtração pelo número natural e depois somar ou subtrair os produtos.

Matematicamente escrevemos esta propriedade da seguinte maneira:

Distributiva: Seja $a, b, c \in \mathbb{N}$ então temos:

1ª) Distributiva

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Exemplos:

1. Verifique a propriedade distributiva em $4 \cdot (7 + 12)$.

Resolução:

$$4 \cdot (7 + 12) = 4 \cdot 7 + 4 \cdot 12$$

$$4 \cdot 19 = 28 + 48$$

$$76 = 76$$

Observação: A propriedade distributiva é comumente chamada de “chuveirinho”.

ELEMENTO NEUTRO

Definição: Elemento neutro é um número que somado ou multiplicado com outro não altera o segundo número.

Matematicamente escrevemos esta propriedade da seguinte maneira:

1ª. O elemento neutro da adição é o número zero.

$$N + 0 = N$$

Notem que adicionar zero a qualquer número resulta no próprio número, por isso o zero é o elemento neutro da adição.

2ª. O elemento neutro da multiplicação é o número um.

$$N \cdot 1 = N$$

Notem que multiplicar por um resulta no próprio número, por isso o um é o elemento neutro da multiplicação.

Exemplos:

1. $540 + 0 = 540$

2. $84 \cdot 1 = 84$

ATIVIDADES

1. Explique com as suas palavras as propriedades estudadas nesta lição e dê dois exemplos numéricos para cada uma.

2. Calcule o valor das seguintes expressões:

a. $(13 + 2) \cdot 3 + 5$

b. $(7 + 2) \cdot (3 - 1)$

c. $(4 + 2 \cdot 5) - 3$

d. $20 - (15 + 6 : 3)$

e. $15 + [6 + (8 - 4 : 2)]$

f. $40 - [3 + (10 - 2) : 2]$

g. $[30 + 2 \cdot (5 - 3)] \cdot 2 - 10$

h. $10 + [4 + (7 \cdot 3 + 1)] - 3$

3. Que propriedade foi aplicada?

a. $4 + 9 = 9 + 4$

b. $3 + 0 = 3$

c. $7 + 0 = 7$

d. $a + 5 = 5 + a$

e. $2 + (4 + 6) = (2 + 4) + 6$

f. $(a + b) + c = a + (b + c)$

g. $0 + m = m$

h. $(3 + 2) + 5 = 3 + (2 + 5)$

4. Qual a propriedade usada nas igualdades abaixo?

a. $8 \cdot 1 = 8$

b. $5 \cdot 9 = 9 \cdot 5$

c. $3 \cdot (2 \cdot 7) = (3 \cdot 2) \cdot 7$

d. $2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$

e. $a \cdot b = b \cdot a$

f. $a \cdot 1 = a$

g. $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

h. $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

5. Se $a + 521 = 521$, qual o valor de a ?

6. Sabendo que $x + y = 70$, calcule:

a. $y + x$

b. $(x + y) + 25$

c. $201 + (y + x)$

7. Se $(a + b) + c = a + (b + 3)$, qual o valor de c ?

8. Se $a \cdot 75 = 75$, qual o valor de a ?

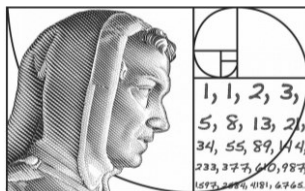
9. Aplique a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição:

a. $2 \cdot (7 + 9)$

b. $5 \cdot (3 + 2)$

c. $(2 + 5) \cdot 6$

d. $(m + n) \cdot 2$



AULA 19

POTÊNCIAS DE BASE 2, 3 E 5



esta aula, estudaremos as principais potências de base 2, 3 e 5. Sendo assim, dividiremos em três tópicos essa aula: potências de base 2, potências de base 3 e potências de base 5.

POTÊNCIAS DE BASE 2

Definição: As potências de base 2 são todas as potências cuja base é igual a 2.

Vamos montar uma tabela com as potências de base 2.

Potências de base 2
$2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$
$2^4 = 16$
$2^5 = 32$
$2^6 = 64$
$2^7 = 128$
$2^8 = 256$
$2^9 = 512$
$2^{10} = 1024$
$2^{11} = 2048$
$2^{12} = 4096$

Observação: Decore as potências de base 2 até o expoente 10, isso irá ajudar na hora de resolver problemas e exercícios envolvendo potências de base 2. Para decorar essas potências, peça ajuda a alguém para fazer uma chamada oral com você.

Após decorar as potências de base 2 até o expoente 10, vejamos alguns exemplos em que aparecem esses valores.

Exemplos:

1. Calcule $2^2 \cdot 2^3$.

Resolução: Aplicando os valores das potências, temos que:

$$2^2 \cdot 2^3 = 4 \cdot 8 = 32$$

Portanto, $2^2 \cdot 2^3 = 32$

2. Calcule $2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^5$

Resolução: Aplicando os valores das potências, temos que:

$$2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^5 = 16 \cdot 8 \cdot 32 = 128 \cdot 32 = 4\,096$$

Portanto, $2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^5 = 4\,096$

POTÊNCIAS DE BASE 3

Definição: As potências de base 3 são todas as potências cuja base é igual a 3.

Vamos montar uma tabela com as potências de base 3.

Potências de base 3
$3^0 = 1$
$3^1 = 3$
$3^2 = 9$
$3^3 = 27$
$3^4 = 81$
$3^5 = 243$
$3^6 = 729$
$3^7 = 2187$
$3^8 = 6561$
$3^9 = 19\,683$

$3^{10} = 59\,049$

Observação: Decore as potências de base 3 até o expoente 6, isso irá ajudar na hora de resolver problemas e exercícios envolvendo potências de base 3. Para decorar essas potências, peça ajuda a alguém para fazer uma chamada oral com você.

Após decorar as potências de base 3 até o expoente 6, vejamos alguns exemplos em que aparecem esses valores.

Exemplos:

1. Calcule $3^4 \cdot 3^5$.

Resolução: Aplicando os valores das potências, temos que:

$$3^4 \cdot 3^5 = 81 \cdot 243 = 19\,683$$

Portanto, $3^4 \cdot 3^5 = 19\,683$

2. Calcule $3^2 \cdot 3^1 \cdot 3^2$

Resolução: Aplicando os valores das potências, temos que:

$$3^2 \cdot 3^1 \cdot 3^2 = 9 \cdot 3 \cdot 9 = 27 \cdot 9 = 243$$

Portanto, $3^2 \cdot 3^1 \cdot 3^2 = 243$

POTÊNCIAS DE BASE 5

Definição: As potências de base 5 são todas as potências cuja base é igual a 5.

Vamos montar uma tabela com as potências de base 5.

Potências de base 5
$5^0 = 1$
$5^1 = 5$
$5^2 = 25$
$5^3 = 125$
$5^4 = 625$
$5^5 = 3125$
$5^6 = 15\,625$
$5^7 = 78\,125$

$5^8 = 390\,625$
$5^9 = 1\,953\,125$
$5^{10} = 9\,765\,625$

Observação: Decore as potências de base 5 até o expoente 4, isso irá ajudar na hora de resolver problemas e exercícios envolvendo potências de base 5. Para decorar essas potências, peça ajuda a alguém para fazer uma chamada oral com você.

Após decorar as potências de base 5 até o expoente 4, vejamos alguns exemplos em que aparecem esses valores.

Exemplos:

1. Calcule $5^3 \cdot 5^4$.

Resolução: Aplicando os valores das potências, temos que:

$$5^3 \cdot 5^4 = 125 \cdot 625 = 78\,125$$

Portanto, $5^3 \cdot 5^4 = 78\,125$

2. Calcule $5^2 \cdot 5^1 \cdot 5^3$

Resolução: Aplicando os valores das potências, temos que:

$$5^2 \cdot 5^1 \cdot 5^3 = 25 \cdot 5 \cdot 125 = 125 \cdot 125 = 15\,625$$

Portanto, $5^2 \cdot 5^1 \cdot 5^3 = 15\,625$

ATIVIDADES

1. Escreva as potências de base 2 do expoente zero até o 10.

2. Escreva as potências de base 3 do expoente zero até o 6.

3. Escreva as potências de base 5 do expoente zero até o 4.

4. Calcule utilizando os valores decorados das potências:

a) $2^2 \cdot 2^7$

d) $5^1 \cdot 5^4$

g) $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$

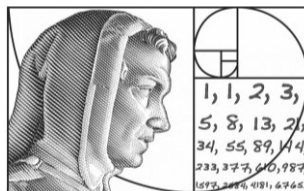
b) $2^5 \cdot 2^6$

e) $5^0 \cdot 5^1 \cdot 5^2 \cdot 5^3$

h) $5^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2$

c) $3^3 \cdot 3^2$

f) $3^5 \cdot 3^3 \cdot 3^0$



AULA 22

POTÊNCIA DE POTÊNCIA



esta aula, estudaremos a propriedade de potência chamada potência de potência.

Definição: Na potência de potência devemos conservar a base e multiplicar os expoentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Exemplos:

$$1) (2^4)^5 = 2^{4 \cdot 5} = 2^{20}$$

$$2) (11^5)^8 = 11^{5 \cdot 8} = 11^{40}$$

$$3) (6^9)^2 = 6^{9 \cdot 2} = 6^{18}$$

$$4) (4^4)^4 = 4^{4 \cdot 4} = 4^{16}$$

Da mesma forma que as propriedades de potência anteriores, a propriedade potência de potência, possui uma demonstração a qual estudaremos nos próximos anos.

Para entendermos melhor porque em uma potência de potência devemos conservar a base e multiplicar os expoentes, iremos utilizar um exemplo e aplicar a definição de potência.

Como exemplo, usaremos a seguinte potência de potência $(2^3)^4$, e utilizando a definição de potência, temos que:

$$(2^3)^4 = \underbrace{(2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3)}_{4 \text{ fatores}}$$

Com a definição de potência, transformamos $(2^3)^4$ em um produto com 4 fatores da potência de 2^3 . Assim, utilizando a definição de potência novamente, temos que:

$$(2^3)^4 = \underbrace{(2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3)}_{4 \text{ fatores}} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ fatores}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ fatores}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ fatores}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ fatores}} = 2^{12}$$

Portanto, $(2^3)^4 = 2^{12}$.

Notem que através da definição de potência, encontramos um resultado para esse exemplo de potência de potência. Agora, vamos comparar as bases e os expoentes dessa igualdade que acabamos de encontrar.

Em relação às bases, temos que, tanto na potência de potência quanto no resultado, as bases são iguais (2), e por isso dizemos na definição dessa propriedade que devemos conservar a base, pois ela não muda.

Já os expoentes, não temos valores numéricos iguais, porém, se multiplicarmos os expoentes da potência de potência (3 e 4) encontraremos como resultado 12, que é o expoente do resultado. Por isso, dizemos na definição dessa propriedade, que devemos multiplicar os expoentes.

Exemplos:

$$1) (9^3)^2 = (9^3) \cdot (9^3) = 9^3 \cdot 9^3 = 9^{3+3} = 9^6$$

$$2) (7^4)^3 = (7^4) \cdot (7^4) \cdot (7^4) = 7^4 \cdot 7^4 \cdot 7^4 = 7^{4+4+4} = 7^{12}$$

$$3) (20^8)^4 = (20^8) \cdot (20^8) \cdot (20^8) \cdot (20^8) = 20^8 \cdot 20^8 \cdot 20^8 \cdot 20^8 = 20^{8+8+8+8} = 20^{32}$$

Quando temos um parêntese separando os dois expoentes, temos uma potência de potência, e quando não temos esse parêntese, é uma potência no próprio expoente.

Exemplos:

1. A potência de potência $(4^3)^5$ é diferente da potência 4^{3^5} , primeiramente pela presença ou falta de parêntese, respectivamente. Essa presença ou falta do parêntese, faz com que encontremos resultados diferentes.

$$(4^3)^5 = 4^{3 \cdot 5} = 4^{15} \quad \text{e} \quad 4^{3^5} = 4^{243}$$

Logo, $(4^3)^5 \neq 4^{3^5}$, pois, $(4^3)^5 = 4^{15}$ e $4^{3^5} = 4^{243}$.

Observação: Notem que na potência de potência $(4^3)^5$ temos 15 fatores de número 4, e na segunda potência 4^{3^5} , temos 243 fatores de números 4.

ATIVIDADES

1. Reduza a uma só potência:

a) $(3^4)^2$

e) $(9^4)^4$

i) $(m^3)^4$

b) $(9^2)^4$

f) $(5^2)^7$

j) $(x^5)^2$

c) $(3^2)^5$

g) $(6^3)^5$

k) $(x^3)^0$

d) $(4^3)^2$

h) $(a^2)^3$

l) $(a^5)^0$

2. Escreva a expressão na forma de uma base elevada a um único expoente:

a) $(5^3)^4 : 5^8$

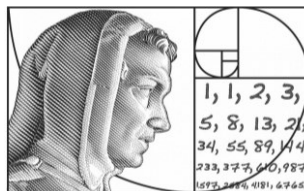
b) $(3^2)^8 : 3^4$

c) $(7^3 \cdot 7^5) : 7^4$

d) $5^8 : (5 \cdot 5^2 \cdot 5)$

3. Defina a propriedade de potência de potência e dê dois exemplos.

4. Mostre que $(2^3)^2 \neq 2^{3^2}$.



AULA 27

CÁLCULO DE UM VALOR DESCONHECIDO



esta aula, estudaremos o cálculo de um valor desconhecido, utilizando as quatro operações e o conceito de operação inversa.

Inicialmente, iremos relembrar quais operações são inversas. Vejamos:

1.º A adição e a subtração são operações inversas.

Exemplos:

1. Adição

$$7 + 8 = 15$$

Subtração

$$7 = 15 - 8$$

2. Adição

$$104 + 46 = 150$$

Subtração

$$46 = 150 - 104$$

2.º A multiplicação e a divisão são operações inversas.

Exemplos:

Multiplicação

$$5 \cdot 4 = 20$$

Divisão

$$5 = 20 : 4$$

Multiplicação

$$8 \cdot 7 = 56$$

Divisão

$$7 = 56 : 8$$

Vejamos como podemos utilizar as operações inversas para encontrar um valor desconhecido.

Exemplos:

1. Calcule o valor de x da igualdade $x + 17 = 25$.

Resolução: Utilizando a operação inversa da adição, temos que:

$$x + 17 = 25$$

$$x = 25 - 17$$

$$x = 8$$

2. Calcule o valor de x da igualdade $x - 5 = 38$.

Resolução: Utilizando a operação inversa da subtração, temos que:

$$x - 5 = 38$$

$$x = 38 + 5$$

$$x = 43$$

3. Calcule o valor de y da igualdade $12 + y = 49$.

Resolução: Utilizando a operação inversa da adição, temos que:

$$12 + y = 49$$

$$y = 49 - 12$$

$$y = 37$$

4. Calcule o valor de y da igualdade $15 - y = 8$.

Resolução: Utilizando a operação inversa da subtração, temos que:

$$15 - y = 8$$

$$15 = 8 + y$$

Utilizando a operação inversa da adição, temos que:

$$15 = 8 + y$$

$$8 + y = 15$$

$$y = 15 - 8$$

$$y = 7$$

5. Calcule o valor de a da igualdade $5 \cdot a = 45$.

Resolução: Utilizando a operação inversa da multiplicação, temos que:

$$5 \cdot a = 45$$

$$a = 45 : 5$$

$$a = 9$$

6. Calcule o valor de x da igualdade $a \cdot 6 = 180$.

Resolução: Utilizando a operação inversa da multiplicação, temos que:

$$a \cdot 6 = 180$$

$$a = 180 : 6$$

$$a = 30$$

7. Calcule o valor de b da igualdade $b : 4 = 43$.

Resolução: Utilizando a operação inversa da divisão, temos que:

$$b : 4 = 43$$

$$b = 43 \cdot 4$$

$$b = 172$$

8. Calcule o valor de b da igualdade $12\,556 : b = 146$.

Resolução: Utilizando a operação inversa da divisão, temos que:

$$12\,556 : b = 146$$

$$12\,556 = 146 \cdot b$$

$$146 \cdot b = 12\,556$$

Utilizando a operação inversa da multiplicação, temos que:

$$146 \cdot b = 12\,556$$

$$b = 12\,556 : 146$$

$$b = 86$$

Observação: Quando temos um produto entre um número e um valor desconhecido, podemos representar essa operação escrevendo o número e o valor desconhecido juntos, sem a operação de multiplicação entre eles.

Exemplos:

$$3 \cdot x = 3x.$$

$$2 \cdot a = 2a.$$

$$14 \cdot y = 14y.$$

$$25 \cdot b = 25b.$$

Agora, estudaremos alguns exemplos que envolvem duas operações distintas, para encontrarmos o valor desconhecido.

Exemplos:

Calcule o valor de x da igualdade $2x + 7 = 19$.

Resolução: Utilizando a operação inversa da adição, temos que:

$$2x + 7 = 19$$

$$2x = 19 - 7$$

$$2x = 12$$

Utilizando a operação inversa da multiplicação, temos que:

$$2x = 12$$

$$2 \cdot x = 12$$

$$x = 12:2$$

$$x = 6$$

1. Calcule o valor de b da igualdade $3 \cdot x - 4 = 113$.

Resolução: Utilizando a operação inversa da subtração, temos que:

$$3 \cdot x - 4 = 113$$

$$3 \cdot x = 113 + 4$$

$$3 \cdot x = 117$$

Utilizando a operação inversa da multiplicação, temos que:

$$3 \cdot x = 117$$

$$x = 117:3$$

$$x = 39$$

ATIVIDADES

1. Calcule o valor de x :

a) $x + 5 = 8$

d) $x + 27 = 42$

g) $4 + x = 9$

b) $x + 6 = 10$

e) $x + 10 = 21$

h) $9 + x = 43$

c) $x + 13 = 54$

f) $x + 12 = 78$

2. Calcule o valor de y :

a) $y - 1 = 14$

d) $y - 19 = 32$

g) $30 - y = 16$

b) $y - 4 = 26$

e) $y - 26 = 54$

c) $y - 3 = 25$

f) $y - 33 = 11$

3. Calcule o valor de a :

a) $2 \cdot a = 18$

d) $8 \cdot a = 40$

g) $a \cdot 5 = 165$

b) $7 \cdot a = 63$

e) $15 \cdot a = 60$

h) $a \cdot 7 = 28$

c) $6 \cdot a = 144$

f) $12 \cdot a = 84$

4. Calcule o valor de b :

a) $2b + 1 = 7$

b) $5x - 2 = 8$

c) $2b + 1 = 15$

d) $6x - 3 = 9$

e) $5x - 2 = 23$

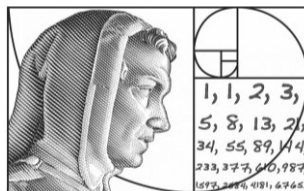
f) $3x + 1 = 76$

g) $3x - 2 = 16$

h) $4x + 1 = 33$

i) $7x - 1 = 41$

j) $5x - 10 = 80$



AULA 31

BINÁRIOS ATRAVÉS DE DIVISÕES SUCESSIVAS



esta aula, estudaremos como converter decimal para binário, através de divisões sucessivas.

Para realizarmos essa transformação, devemos dividir, sucessivamente, o decimal por 2 (base do sistema binário), até que o quociente seja menor do que o divisor 2.

O número binário formado, terá como primeiro algarismo, o último quociente das divisões sucessivas, e os demais algarismos do número binário é dado por todos os restos das divisões sucessivas, seguindo a ordem do último resto ao primeiro resto.

Exemplos:

1. Transforme o decimal 57 em binário através das divisões sucessivas.

Resolução: Fazendo as divisões sucessivas, temos que:

$$\begin{array}{r|l} 57 & 2 \\ \hline 1 & 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ \hline 0 & 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 14 & 2 \\ \hline 0 & 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 2 \\ \hline 1 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$$

Portanto, $57 = 111001_2$

2. Transforme o decimal 19 em binário através das divisões sucessivas.

Resolução: Fazendo as divisões sucessivas, temos que:

$$\begin{array}{r|l} 19 & 2 \\ \hline 1 & 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 9 & 2 \\ \hline 1 & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ \hline 0 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2 \\ \hline 0 & 1 \end{array}$$

Portanto, $19 = 10011_2$

3. Transforme o decimal 91 em binário através das divisões sucessivas.

Resolução: Fazendo as divisões sucessivas, temos que:

$91:2 \rightarrow$ quociente 45 e resto 1

$45:2 \rightarrow$ quociente 22 e resto 1

$22:2 \rightarrow$ quociente 11 e resto 0

$11:2 \rightarrow$ quociente 5 e resto 1

$5:2 \rightarrow$ quociente 2 e resto 1

$2:2 \rightarrow$ quociente 1 e resto 0

Portanto, $91 = 1011011_2$

4. Transforme o decimal 60 em binário através das divisões sucessivas.

Resolução: Fazendo as divisões sucessivas, temos que:

$60:2 \rightarrow$ quociente 30 e resto 0

$30:2 \rightarrow$ quociente 15 e resto 0

$15:2 \rightarrow$ quociente 7 e resto 1

$7:2 \rightarrow$ quociente 3 e resto 1

$3:2 \rightarrow$ quociente 1 e resto 1

Portanto, $60 = 111100_2$

ATIVIDADES

1. Transforme os decimais em binários através de divisões sucessivas:

a) 9

f) 50

k) 150

b) 15

g) 64

l) 265

c) 24

h) 81

m) 500

d) 30

i) 99

e) 49

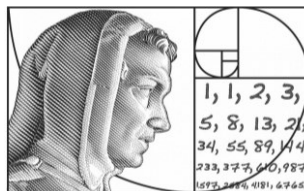
j) 100

2. O triplo de um número, mais 10, é igual a 136. Qual é esse número?

3. Repartir 120 bombons em duas caixas, de modo que a primeira tenha o dobro que a segunda. Quantos bombons terá a segunda caixa?

4. Num estacionamento há carros e motos, num total de 78 veículos. O número de carros é o quántuplo do número de motos. Quantas motos há no estacionamento?

5. Um número diminuído de 14 é igual a 68. Qual é esse número?
6. A idade de Ana, aumentada de 17 anos, é igual a 56 anos. Qual é a idade de Ana?
7. O dobro de um número, aumentado de 15, é igual a 49. Qual é esse número?
8. Calcule um número que adicionado a 21 é igual a 83.



AULA 33

CRITÉRIO DE DIVISIBILIDADE POR 2 E 3



este volume iremos estudar os critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 100 e 100, números primos, fatoração, divisores, máximo divisor comum, múltiplos e mínimo múltiplo comum.

Nesta aula estudaremos os critérios de divisibilidade por 2 e 3. Antes de adentrarmos na divisibilidade por 2 e 3, precisaremos compreender o significado da palavra divisível.

Definição: um número é divisível por outro quando o resto da divisão entre esses números corresponde a zero.

Exemplos:

- 1) 15 é divisível por 5, pois $15:5 = 3$ com resto 0.
- 2) 42 é divisível por 7, pois $42:7 = 6$ com resto 0.
- 3) 56 não é divisível por 6, pois $56:6 = 9$ com resto 2.
- 4) 75 não é divisível por 8, pois $75:8 = 9$ com resto 3.

A relação de um número ser divisível por outro provém da relação entre dois naturais que será definida abaixo:

Definição: Sejam a e b números naturais quaisquer. Diremos que b divide a quando existir um número natural t de modo que $a = t \cdot b$. Assim, diremos que b não divide a quando b não puder ser escrito na forma $a = t \cdot b$, com $t \in \mathbb{N}$.

Para esses dois casos, utilizaremos as notações:

$b|a$, para indicar que b divide a .

$b \nmid a$, para indicar que b não divide a .

A relação entre dois naturais aqui definida é denominada divisibilidade em $\mathbb{N}$.

Exemplos:

- 1) $2|12$, pois $12 = 6 \cdot 2$.

2) $3|27$, pois $27 = 9 \cdot 3$.

3) $4|48$, pois $48 = 12 \cdot 4$.

4) $5|75$, pois $75 = 15 \cdot 5$.

Agora que já sabemos o que é divisibilidade, iremos definir os critérios de divisibilidade.

Definição: Os critérios de divisibilidade são regras que nos ajudam a saber antecipadamente quando um número natural é divisível por um outro.

Agora iremos estudar os critérios de divisibilidade por 2 e 3.

CRITÉRIO DE DIVISIBILIDADE POR 2

Definição: um número natural é divisível por dois quando ele for par.

Exemplos:

1) 426 é divisível por 2, pois 426 é par. Logo podemos escrever que $2|426$.

2) 1480 é divisível por 2, pois 1480 é par.

3) 9758 é divisível por 2, pois 9758 é par.

4) 10 417 não é divisível por 2, pois 10 417 não é par.

Observação: Os números naturais terminados em 0, 2, 4, 6 e 8 são considerados números pares.

CRITÉRIO DE DIVISIBILIDADE POR 3

Definição: um número natural é divisível por três quando a soma de seus algarismos estiver na tabuada do 3.

Exemplos:

1. O número 582 é divisível por 3?

Resolução: Somando os algarismos de 582 temos que:

$$5 + 8 + 2 = 15$$

Como 15 está na tabuada do 3 então 582 é divisível por 3.

2. O número 96 é divisível por 3?

Resolução: Somando os algarismos de 96 temos que:

$$9 + 6 = 15$$

Como 15 está na tabuada do 3 então 96 é divisível por 3.

3. O número 10 041 é divisível por 3?

Resolução: Somando os algarismos de 10 041 temos que:

$$1 + 0 + 0 + 4 + 1 = 6$$

Como 6 está na tabuada do 3 então 10 041 é divisível por 3.

4. O número 4962 é divisível por 3?

Resolução: Somando os algarismos de 4962 temos que:

$$4 + 9 + 6 + 2 = 21$$

Como 21 está na tabuada do 3 então 4962 é divisível por 3.

ATIVIDADES

1. Quais são os critérios de divisibilidade por 2 e por 3? Explique cada um e dê dois exemplos de cada.

2. Dados os números 52, 63, 237, 400, 1106, 611, divida-os por 2 e responda:

a) Que resto você encontrou na divisão de números pares por 2?

b) Que resto você encontrou na divisão de números ímpares?

c) Os números pares são divisíveis por 2? Por quê?

d) Os números ímpares são divisíveis por 2? Por quê?

3. Sem efetuar divisões, identifique quais dos números listados a seguir são divisíveis por 2: 12, 102, 11.101, 78, 134, 1, 1.234, 0, 3.347, 3, 555, 13.980.

4. Sem efetuar divisões, identifique quais dos números listados a seguir são divisíveis por 3: 12, 102, 11 101, 78, 134, 1, 1234, 0, 3347, 3, 555, 13 980.

5. Que algarismo pode estar no espaço em branco?

7 4 ___ é divisível por 3.

876 ___ é divisível por 2 e por 3.

6. Um número com três algarismos começa por 7 e termina por 3. O algarismo do meio é desconhecido: 7__3:

a) Que algarismo deve ser colocado no espaço em branco para que o número acima seja divisível por 2?

b) Que algarismo deve ser colocado no espaço em branco para que o número acima seja divisível por 3?

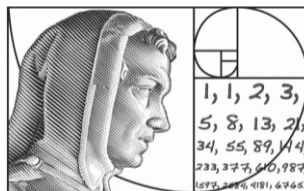
7. Observe os números do quadro abaixo:

0	543 210	7	3 475
10	3	130	132 000
2	1	94	5

12 345	1001	4	8
6	70	111 111	415
402	9	911	117

a) Quantos números são divisíveis por 2?

b) Quantos números são divisíveis por 3?



AULA 39

NÚMEROS PRIMOS E NÚMEROS COMPOSTOS

Nesta aula estudaremos os números primos e os números compostos.

NÚMEROS PRIMOS

A etimologia da palavra primos vem do latim *primus* que significa que vem antes dos demais. Nesta aula veremos, pelo teorema fundamental da aritmética, que o produto de números primos formam qualquer número maior do que 1 que não é primo. Sendo assim, os primos acabam vindo antes dos demais números, pois, através deles conseguirmos formar qualquer número maior do que 1.

Primeiramente, nesta aula iremos estudar a definição dos primos e por fim o teorema fundamental da aritmética.

Definição: números primos são números naturais que possuem apenas dois divisores, o 1 (um) e ele mesmo.

Exemplos:

1. O número 2 é primo, pois ele possui dois divisores, o 1 e o 2 (ele mesmo).
2. O número 3 é primo, pois ele possui dois divisores, o 1 e o 3.
3. O número 5 é primo, pois ele possui dois divisores, o 1 e o 5.
4. O número 7 é primo, pois ele possui dois divisores, o 1 e o 7.
5. O número 4 não é primo, pois é divisível por 1, 2 e 4, isto é, possui três divisores.
6. O número 10 não é primo, pois é divisível por 1, 2, 5 e 10, isto é, possui quatro divisores.

Observação: O número 1 não é primo, pois, ele possui apenas um divisor que é ele mesmo.

Observação: O número 2 é o único primo que é par.

Os números primos não podem ser escritos como um produto de outros números e, portanto, não são divisíveis por nenhum outro número senão por eles próprios e pelo número um.

Agora, estudaremos um teorema importantíssimo na matemática que envolve a escrita dos números naturais maiores que 1 e os números primos. Esse teorema é chamado de teorema fundamental da aritmética.

TEOREMA FUNDAMENTAL DA ARITMÉTICA

Teorema: Todo número natural maior que 1 ou é primo ou se escreve de modo único como um produto de números primos, distintos ou não.

O Teorema Fundamental da Aritmética já aparece publicado nos Elementos de Euclides, mas a primeira demonstração completa e correta do Teorema foi feita por Gauss e publicada em 1801, na obra *Disquisitiones Arithmeticae*.

O enunciado desse teorema nos diz que qualquer número maior que 1 ou é primo ou podemos escrevê-lo como um produto de fatores primos, tendo fatores primos iguais ou não.

Exemplos:

1. O número 10 não é primo. Pelo teorema fundamental da aritmética, podemos escrevê-lo como produto de fatores primos. Então temos que $10 = 2 \cdot 5$.

2. O número 6 não é primo. Então, podemos escrevê-lo como produto de primos, tal que $6 = 2 \cdot 3$.

3. O número 42 não é primo. Então, podemos escrevê-lo como produto de primos, tal que $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$.

4. O número 825 não é primo. Então, podemos escrevê-lo como produto de primos, tal que $825 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$.

NÚMEROS COMPOSTOS

Definição: Os números que têm mais de dois divisores são chamados de números compostos.

Em outras palavras, podemos dizer que os números maiores que 1 são primos ou compostos, isto é, se o número não é primo, ele necessariamente é composto.

Exemplos:

1. O número 4 é composto, pois possui quatro divisores.

2. O número 10 é composto, pois possui quatro divisores.

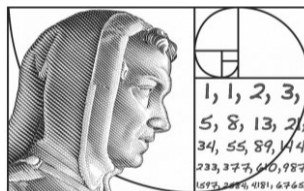
3. O número 25 é composto, pois tem três divisores.

4. O número 100 é composto, pois possui quatro divisores.

$$100 = 1, 2, 4$$

ATIVIDADES

1. Como o número 1 compõe todos os números existentes?
2. Como os números primos compõem todos os outros números? Por que recebem este nome?
3. Qual é a definição de número primo?
4. Quais são os números primos compreendidos entre 1 e 20?
5. Os números 8, 15, 9 e 12 não são primos. Justifique por que não são primos e diga por quais números são divisíveis.



AULA 41

PRIMOS MAIORES DO QUE 100



esta aula iremos identificar os números primos maiores que 100.

Para isso, iremos dividir o número em questão por 2, 3, 5, 7, 11, 13, etc., isto é, dividiremos os números maiores do que 100 pelos primos. Para encontrar se o número em questão é primo, devemos seguir os seguintes passos:

1º Se a divisão for exata, isto é, se o resto for zero, então o número não será primo.

2º Se ao dividir pelos números primos, a divisão nunca for exata, então o número é primo. No entanto, precisamos colocar no divisor um primo até que o quociente seja menor ou igual ao divisor.

Exemplos:

1. O número 151 é um número primo?

Resolução: Vamos dividi-lo pelos números primos que já conhecemos.

$$\begin{array}{r} - \quad 151 \overline{) 3} \\ \underline{15} \\ 01 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - \quad 151 \overline{) 5} \\ \underline{15} \\ 01 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - \quad 151 \overline{) 7} \\ \underline{14} \\ - \quad 11 \\ \underline{7} \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 151 \overline{) 11} \\
 \underline{11} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 151 \overline{) 13} \\
 \underline{13} \\
 0
 \end{array}$$

Notem que em nenhuma divisão por primo tivemos resto zero e que $151 \div 13$ resulta em 11, isto é, o quociente é menor que o divisor.

Portanto, pelos passos para encontrar primos maiores do que 100, temos que 151 é um número primo.

2. O número 160 é um número primo?

Resolução: Não, pois qualquer número que termina em 0 é divisível por 2 e 5, como podemos ver nas divisões:

$$\begin{array}{r}
 160 \overline{) 2} \\
 \underline{2} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 160 \overline{) 5} \\
 \underline{5} \\
 0
 \end{array}$$

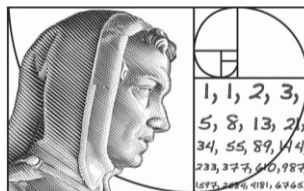
Portanto, 160 é um número composto.

3. O número 243 é um número primo?

Resolução: Primeiramente vamos dividir por 2.

$$\begin{array}{r}
 243 \overline{) 2} \\
 \underline{2} \\
 0
 \end{array}$$

Agora, iremos dividir por 3. No caso, nem precisamos, pois ao somarmos os algarismos do número 243 obtemos 9 ($2 + 4 + 3$) e 9 está na tabuada do 3. Então 243 é divisível por 3, como podemos ver na conta.



AULA 46

MÚLTIPLOS



esta aula estudaremos o conceito de múltiplos.

O termo múltiplo é usado na matemática para representar os resultados de uma determinada tabuada, isto é, os resultados da tabuada do 2 são todos múltiplos do número 2.

Definição: o número natural B é múltiplo do número natural A se, e somente se, o número B puder ser obtido pelo produto de A por um número natural.

$$B = A \cdot N$$

Exemplos:

1. O número 30 é múltiplo de 5?

Resolução: Sim, pois 30 pode ser obtido pelo produto de 5 por um número natural, neste caso o 6. De fato, $30 = 5 \cdot 6$.

Observação: Se 30 é múltiplo de 5, então 5 é divisor de 30 (da mesma forma que 30 é múltiplo de 6, 6 é divisor de 30).

2. O número 172 é múltiplo de 4?

Resolução: Sim, pois 172 pode ser obtido pelo produto de 4 por um número natural, neste caso 43. De fato, $172 = 4 \cdot 43$.

Observação: Se 172 é múltiplo de 4, então 4 é divisor de 172 (da mesma forma que 172 é múltiplo de 43, e 43 é divisor de 172).

ENCONTRANDO OS MÚLTIPLOS DE UM NÚMERO

Para encontrar os múltiplos de um número, basta multiplicá-lo por qualquer outro natural, isto é, os múltiplos de um número qualquer são todos os resultados da tabuada desse número.

Exemplos:

1. Encontre os cinco primeiros múltiplos de 5.

Resolução: Pegando a tabuada do 5 e os seus múltiplos temos que:

$$5 \cdot 0 = 0$$

$$5 \cdot 1 = 5$$

$$5 \cdot 2 = 10$$

$$5 \cdot 3 = 15$$

$$5 \cdot 4 = 20$$

Portanto, os cinco primeiros múltiplos de 5 são os números 0, 5, 10, 15 e 20.

Definição: Para escrevermos os múltiplos de um número natural N qualquer, utilizaremos a seguinte notação:

$$M(N) = \{\text{múltiplo de } N\}$$

Exemplos:

1. Encontre os cinco primeiros múltiplos de 5.

Resolução: Escrevendo os cinco primeiros múltiplos de 5 na forma correta, temos que:

$$M(5) = \{0, 5, 10, 15, 20\}$$

2. Encontre os múltiplos de 9.

Resolução: Escrevendo os múltiplos de 9 na forma correta, temos que:

$$M(9) = \{0, 9, 18, 27, 36, 45, \dots\}$$

PROPRIEDADES DOS MÚLTIPLOS

Vejamos algumas propriedades dos múltiplos:

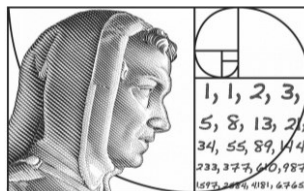
1ª Propriedade: O número 0 é múltiplo de todo e qualquer número.

2ª Propriedade: O número 1 só é múltiplo dele mesmo.

3ª Propriedade: Os números possuem infinitos múltiplos.

ATIVIDADES

1. Quais dos números a seguir são múltiplos de 8?
 - a) 15
 - b) 16
 - c) 22
 - d) 24
 - e) 344
2. Qual é o menor múltiplo de 18 que é maior que 2000?
3. Qual é o menor múltiplo de 7 maior que 400?
4. Determine um múltiplo de 4 e 9 que seja maior que 320 e menor que 350?



AULA 49

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS



este volume, estudaremos o conjunto dos números racionais, porcentagem e probabilidade.

Nesta aula, iniciaremos o nosso estudo do conjunto dos números racionais, definindo tal conjunto.

Definição: o conjunto dos números Racionais é formado por todos os números que podem ser escritos como uma fração.

O conjunto dos números racionais é representado pelo símbolo $\mathbb{Q}$, que representa a palavra quociente, pois todos os elementos desse conjunto podem ser escritos como uma fração, sendo assim, todo elemento desse conjunto pode ser escrito como uma divisão (veremos na aula a seguir, com maior propriedade).

Agora, iremos definir os elementos que pertencem ao conjunto dos números Racionais, isto é, quais números podem ser escritos como fração.

ELEMENTOS DE $\mathbb{Q}$

Definição: Os elementos que constituem o conjunto dos números Racionais são: inteiros, decimais exatos e dízimas periódicas.

Na definição acima temos que o conjunto dos números Racionais podem ser classificados de três formas: inteiros, decimais exatos e dízimas periódicas. Essas três formas podem ser escritas como fração, ou seja, pertencem ao conjunto dos Racionais.

Os números inteiros são todos os números que não possuem vírgula, podendo ser positivos ou negativos. Os números decimais exatos são todos os números com vírgula que possuem casas decimais finitas, e as dízimas periódicas são todos os números com vírgulas, infinitos, que possuem uma repetição.

Exemplos:

1. O número $14 \in \mathbb{Q}$, pois $14 = \frac{14}{1} = \frac{28}{2} = \frac{140}{10}$.

2. O número $-3 \in \mathbb{Q}$, pois $(-3) = -\frac{3}{1} = -\frac{6}{2} = -\frac{75}{25}$

3. $2,8 \in \mathbb{Q}$, pois $2,8 = \frac{28}{10} = \frac{14}{5}$

4. $0,333 \dots \in \mathbb{Q}$, pois $0,333 \dots = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Observação: Neste ano, o nosso objetivo no conjunto dos números Racionais é o estudo dos Racionais positivos, sendo assim, não estudaremos os inteiros negativos, os decimais negativos e as dízimas periódicas negativas, mesmo que ambos possam ser escritos como uma fração, como vimos nos exemplos acima.

Observação: O estudo dos Racionais negativos será realizado no ano seguinte.

O conjunto dos números Racionais possui infinitos elementos, assim como o conjunto dos números Naturais. Vejamos alguns elementos que estão presentes no conjunto dos $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q} = \{\dots; -4,5; -3; -2; -1,7; -1; 0; 1; 2,444\dots; 3; \dots\}$$

Observação: Neste volume, o nosso estudo ficará restrito às frações.

FRAÇÕES

Os egípcios, provavelmente, foram os primeiros a inserir as frações em seu sistema de numeração, mas outros povos antigos também o fizeram. Como para os números inteiros, cada um tinha sua própria maneira de representar as frações.

As terras que margeavam o rio Nilo eram divididas entre grupos familiares em troca de pagamento de tributos ao Estado; e, como o rio Nilo sofria inundações periódicas, as terras tinham de ser sempre medidas e remarcadas, já que o tributo era pago proporcionalmente à área a ser cultivada. Logo, surgiram os números fracionários, por causa da necessidade de dividir as terras demarcadas próximas ao rio Nilo, pois muitas vezes foi necessário representar uma medida que não tem uma quantidade inteira de unidade, ou seja, repartir a unidade de medida em várias partes.

No Egito eram conhecidas apenas as frações unitárias. Os escribas tinham uma forma especial para representar as frações: colocavam sobre a notação para o inteiro um sinal oval alongado. Como o numerador era sempre 1, a notação era muito prática. Vejamos alguns exemplos abaixo:

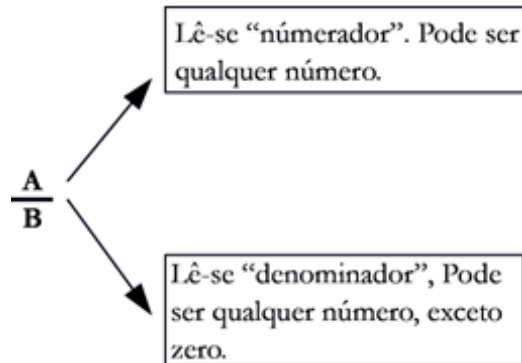

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{21}$$

Essas frações não são números naturais, são exemplos de números chamados números racionais.

Agora, vamos estudar a fração como parte de um todo.

A FRAÇÃO COMO PARTE DE UM TODO

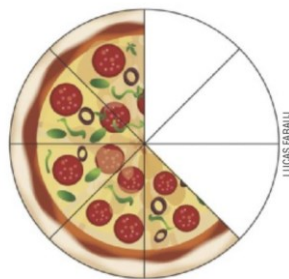
A fração é escrita da seguinte forma:



As frações podem ser descritas como sendo uma parte de um todo, onde **o todo seria o denominador** e **o numerador seria uma parte do todo**.

Exemplos:

1. Na pizzaria da Dona Amélia, as pizzas são divididas em 8 pedaços iguais. Antônio e sua irmã foram jantar na pizzaria da Dona Amélia e pediram uma pizza de calabresa, mas não conseguiram comê-la inteira. Observe a figura:



a) Quantos pedaços Antônio e sua irmã comeram? E que fração representa a parte que eles comeram

Respostas: Eles comeram três pedaços, e a fração que representa a parte que eles comeram é $\frac{3}{8}$, pois 3 é a quantidade de pizzas que comeram e 8 é o total de pedaços (o todo da pizza).

b) Quantos pedaços restaram? E qual é a fração que representa a parte que restou?

Respostas: Restaram cinco pedaços, razão por que a fração que representa a parte que eles não comeram é $\frac{5}{8}$, pois 5 é a quantidade de pizzas que não comeram e 8 é o total de pedaços (o todo da pizza).

Observação: Notem que o tamanho da pizza, pouco importa, pois ela representa o todo, porém, os pedaços da pizza devem ser desenhados no mesmo tamanho.

LEITURA DE FRAÇÕES

A leitura de frações consiste em lermos as frações da forma correta e para isso devemos seguir duas regras.

1ª regra: Se o denominador da fração a qual faremos a leitura for 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 100, 1000 devemos ler a fração da seguinte forma: lemos “o numerador” na forma cardinal e em seguida lemos “o denominador” na forma ordinal.

Observação: O número 2 no denominador é lido como meio.

Observação: O número 3 no denominador é lido como terço.

Observação: O singular no denominador será utilizado quando o numerador for 1.

Vejam como lemos o denominador dependendo do seu valor:

2: meio(s)

3: terço(s)

4: quarto(s)

5: quinto(s)

6: sexto(s)

7: sétimo(s)

8: oitavo(s)

9: nono(s)

10: décimo(s)

100: centésimo(s)

1000: milésimo(s)

10000: décimo(s) de milésimo (s)

Exemplos:

1. A fração $\frac{1}{8}$ lemos como sendo “um oitavo”.

2. A fração $\frac{3}{4}$ lemos como sendo “três quartos”.

3. A fração $\frac{31}{1000}$ lemos como sendo “trinta e um milésimos”.

4. A fração $\frac{7}{2}$ lemos como sendo “sete meios”.

5. A fração $\frac{1}{3}$ lemos como sendo “um terço”.

2ª regra: Se o denominador for maior que 10 e diferente dos números listados acima, devemos ler a fração da seguinte forma: lemos “o numerador” na forma cardinal e em seguida “o denominador” na forma cardinal seguido da palavra “avos”.

Exemplos:

1. A fração $\frac{5}{14}$ lemos como sendo “cinco quatorze avos”.

2. A fração $\frac{15}{23}$ lemos como sendo “quinze vinte e três avos”.

3. A fração $\frac{3}{18}$ lemos como sendo “três dezoito avos”.

Observação: Quando rezamos apenas um dos mistérios do Rosário dizemos que rezamos um terço. Ao falarmos isso estamos dizendo que o terço que rezamos representa a terça parte do Rosário, isto é, quando meditamos somente um mistério, dizemos que rezamos $\frac{1}{3}$ (um terço) do Rosário e quando rezamos três terços ($\frac{3}{3} = 1$) completamos um Rosário.

CLASSIFICAÇÃO DE FRAÇÕES

As frações podem ser classificadas de duas formas: própria e imprópria.

Fração própria: o numerador é menor que o denominador.

Exemplos:

1. $\frac{3}{14}, \frac{4}{7}, \frac{5}{11}, \frac{7}{30}, \frac{875}{876}$ são frações próprias.

Fração imprópria: quando a fração não é aparente e o numerador é maior que o denominador.

Exemplos:

1. $\frac{9}{7}, \frac{104}{60}, \frac{38}{11}, \frac{15}{12}, \frac{2022}{1024}$ são frações impróprias.

As frações impróprias, quando o numerador é múltiplo do denominador, recebem o nome de fração imprópria aparente, como podemos ver na definição abaixo:

Fração imprópria aparente: quando, ao dividir o numerador pelo denominador, a resposta é um número inteiro.

Exemplos:

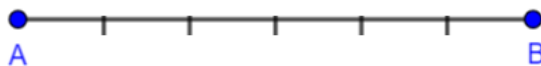
1. $\frac{12}{6}$ é uma fração aparente, pois 12 é múltiplo de 6, visto que $12 : 6 = 2$.

2. $\frac{49}{7}$ é uma fração aparente, pois 49 é múltiplo de 7, visto que $49 : 7 = 7$.

3. $\frac{50}{10}$ é uma fração aparente, pois 50 é múltiplo de 10, visto que $50 : 10 = 5$.

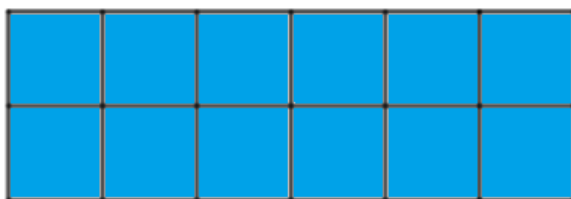
ATIVIDADES

1. A figura seguinte representa a distância de um ponto A até um ponto B.

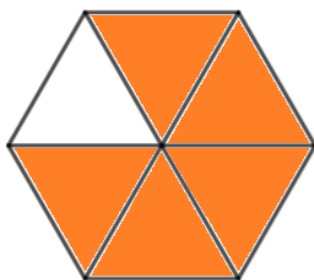


- a) Em quantas partes iguais essa distância foi dividida?
- b) Cada uma das partes representa que fração dessa distância?

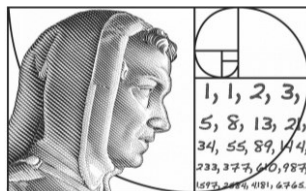
2. A figura seguinte nos mostra duas linhas de azulejos quadrados. Cada azulejo representa que fração da figura?



3. Observe a figura e responda:



- a) Cada triângulo representa que fração da figura?
 - b) Quantos triângulos foram coloridos?
 - c) A parte colorida representa que fração da figura?
4. Uma equipe de basquete é formada por 5 jogadores. Um grupo de 3 jogadores representa que fração dessa equipe?
5. Se um ano está dividido em 12 meses, um semestre representa que fração do ano?



AULA 56

SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES



esta aula, iremos estudar a subtração de frações.

A subtração de frações ocorre da mesma forma que a adição, isto é, para subtrairmos duas frações, precisamos igualar os denominadores através do método do MMC (Mínimo Múltiplo Comum), encontrando assim frações equivalentes às primeiras, e que, no entanto, possuem o mesmo denominador.

Exemplos:

1. Calcule $\frac{3}{2} - \frac{5}{9}$.

Resolução: Primeiramente vamos encontrar o MMC (2,9) que é 18. Assim, temos que:

$$\frac{3}{2} - \frac{5}{9} = \frac{\quad}{18} - \frac{\quad}{18}$$

Antes de darmos continuidade à nossa conta, devemos transformar a primeira fração em uma fração equivalente cujo denominador seja 18, e então temos que:

$$\frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 9}{18} = \frac{27}{18}$$

E a segunda fração também deve ser transformada em uma fração equivalente, e o denominador deve ser 18.

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 2}{18} = \frac{10}{18}$$

Continuando a conta, temos que:

$$\frac{3}{2} - \frac{5}{9} = \frac{27}{18} - \frac{10}{18} = \frac{17}{18}$$

2. Calcule $\frac{5}{8} - \frac{1}{2}$.

Resolução: Primeiramente vamos encontrar o MMC (8,2) que é 8. Antes de darmos continuidade à nossa conta, devemos transformar a primeira fração em uma fração equivalente cujo denominador seja 8, e então temos que:

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 1}{8} = \frac{5}{8}$$

E a segunda fração também deve ser transformada em uma fração equivalente, e o denominador deve ser 8.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 4}{8} = \frac{4}{8}$$

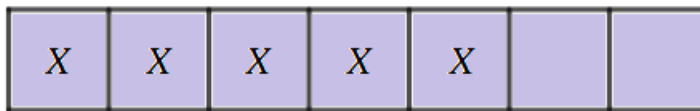
Continuando a conta, temos que:

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{2} = \frac{5}{8} - \frac{4}{8} = \frac{1}{8}$$

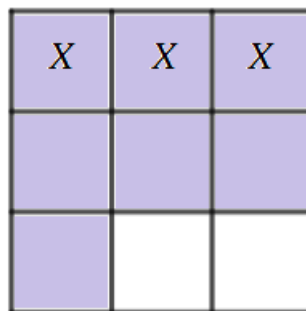
ATIVIDADES

1. Escreva a subtração sugerida pela parte colorida e pela parte assinalada com X na figura:

a)



b)



2. Calcule e simplifique o resultado, se for possível:

a) $\frac{3}{8} + \frac{7}{8} - \frac{5}{8}$

b) $\frac{1}{10} + \frac{7}{10} - \frac{3}{10}$

c) $\frac{7}{15} - \frac{3}{15} + \frac{2}{15}$

3. Qual é o valor da expressão numérica

$$\frac{7}{6} + \frac{4}{6} - \frac{5}{6} + \frac{3}{6} - \frac{9}{6}?$$

4. Calcule e simplifique o resultado, se possível:

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$

b) $\frac{9}{2} - \frac{6}{5}$

c) $\frac{3}{2} + \frac{5}{9} - \frac{5}{6}$

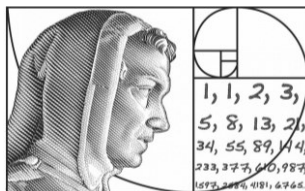
5. Um rapaz já pintou $\frac{7}{11}$ de uma parede. Que fração dessa parede ainda resta pintar?

6. Determine o número racional x expresso por $\frac{4}{5} - \frac{1}{6} + \frac{11}{15} - \frac{3}{10}$.

7. Qual é o valor da expressão $\frac{4}{3} - \left(\frac{5}{9} + \frac{1}{2}\right)$?

8. Da renda de uma partida de futebol, $\frac{1}{10}$ corresponde às despesas gerais, $\frac{1}{2}$ cabe ao clube vencedor e o restante cabe ao clube perdedor. Nessas condições, que fração da renda cabe ao clube perdedor?

9. Qual é o número racional expresso por $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{4}\right)$?



AULA 58

MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÕES



esta aula, estudaremos a multiplicação de frações.

Definição: Sejam duas frações quaisquer $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ tal que $b, d \neq 0$.

O produto entre essas duas frações ocorre multiplicando numerador com numerador e denominador com denominador.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Exemplos:

1. Calcule $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3}$.

Resolução: Utilizando a definição da multiplicação com frações, temos que:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{14}{15}$$

2. Calcule $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}$.

Resolução: Utilizando a definição da multiplicação com frações, temos que:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 2}{5 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25}$$

3. Calcule $\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{4} \cdot \frac{1}{3}$.

Resolução: Utilizando a definição da multiplicação com frações, temos que:

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 8 \cdot 1}{8 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{24}{96} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

ATIVIDADES

1. Encontre o produto entre:

- a) $4,2 \cdot 4$
- b) $1,2345 \cdot 8$
- c) $135,7 \cdot 24$
- d) $24,5 \cdot 5$
- e) $12,72 \cdot 20$
- f) $0,25 \cdot 4$

2. A moeda oficial do Brasil é o real. Qualquer valor menor que o real é chamado centavo, e temos quatro valores:

- 5 centavos ou R\$ 0,05;
- 10 centavos ou R\$ 0,10;
- 25 centavos ou R\$ 0,25;
- 50 centavos ou R\$ 0,50.

Responda:

a) Que quantia João possui se ele tem:

- 12 moedas de R\$ 0,05?
- 6 moedas de R\$ 0,10?
- 15 moedas de R\$ 0,25?
- 4 moedas de R\$ 0,50?

b) Que quantia João possui se ele tem:

- 20 moedas de R\$ 0,05?
- 30 moedas de R\$ 0,10?
- 16 moedas de R\$ 0,25?
- 8 moedas de R\$ 0,50?

3. Calcule, simplificando o resultado quando for possível:

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| a) $4 \cdot \frac{3}{5}$ | b) $2 \cdot \frac{4}{9}$ | c) $5 \cdot \frac{1}{10}$ |
| d) $\frac{5}{6} \cdot 12$ | e) $\frac{1}{2} \cdot 10$ | f) $\frac{2}{3} \cdot 11$ |

4. Calcule, simplificando o resultado quando for possível (procure aplicar a técnica do cancelamento):

a) $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7}$

b) $\frac{7}{8} \cdot \frac{3}{2}$

c) $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9}$

d) $\frac{2}{7} \cdot \frac{11}{2}$

e) $\frac{9}{11} \cdot \frac{22}{15}$

f) $\frac{9}{8} \cdot \frac{4}{45}$

g) $\frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5}$

h) $\frac{4}{9} \cdot 3 \cdot \frac{5}{2}$

i) $\frac{8}{5} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{4}$

j) $1 \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} \cdot 14$

5. Em uma sala de aula, verificou-se que $\frac{2}{3}$ dos alunos praticam esportes. Desses alunos que praticam esportes, $\frac{3}{4}$ praticam voleibol. Qual é a fração dos alunos da sala que pratica voleibol?

6. Em um mapa, cada cm equivale a $5 \frac{1}{4}$ quilômetros. Nesse mapa, a distância entre as cidades A e B é de 12 cm. Qual é a distância real entre as cidades?

7. As aulas de Matemática, Desenho Geométrico e Ciências representam juntas $\frac{2}{5}$ do número de aulas que o aluno tem durante a semana. Das aulas dessas três matérias, $\frac{1}{2}$ corresponde às aulas de Matemática. Que fração do número de aulas da semana as aulas de Matemática representam?

8. Qual é a fração do litro que um quarto de meio litro representa?

9. Calcule o valor das expressões numéricas:

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$

b) $3 + \frac{5}{9} \cdot \frac{3}{5}$

c) $2 + 3 \cdot \frac{4}{9}$

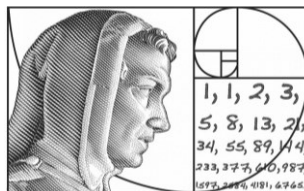
d) $1 \frac{1}{2} - \frac{5}{16} \cdot \frac{2}{5}$

10. Determine o valor da expressão numérica:

$$\left(\frac{5}{8} + \frac{5}{6}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right)$$

11. Qual é o número que multiplicado por $\frac{4}{7}$ dá 1? Como se chama esse número em relação ao número $\frac{4}{7}$?

12. Em uma caixa podem ser colocados $10 \frac{1}{5}$ quilos de balas. Quantos quilos de balas você terá quando comprar duas dessas caixas?



AULA 64

AVALIAÇÃO

1. Em um campeonato de basquete, uma equipe disputou 35 jogos, dos quais venceu $\frac{6}{7}$. De acordo com o regulamento do campeonato, cada vitória vale 2 pontos e cada empate vale 1 ponto. Nessas condições, responda:

- Quantas partidas a equipe venceu?
- Quantas partidas a equipe perdeu ou empatou?
- Quanto pontos a equipe conseguiu somar nesse campeonato se empatou um jogo?

2. Um terreno tem 3.000 metros quadrados, dos quais $\frac{3}{8}$ foram reservados para a plantação de laranjeiras. Nessas condições, responda:

- Quanto metros quadrados foram reservados para a plantação de laranjeiras?
- Quanto metros quadrados sobraram?

3. Já foram asfaltados 1.380 metros da rua onde moro. Se a parte já asfaltada corresponde a $\frac{23}{25}$ do comprimento total da rua, quanto metros tem a rua onde moro?

4. Para pintar $\frac{5}{8}$ de uma parede, utilizei 25 litros de tinta.

- Qual é a fração da parede que me resta pintar?
- Quanto litros de tinta vou precisar para pintar a parede toda?
- Quanto litros de tinta precisarei para pintar a parte da parede que falta?
- Se cada lata contém $2\frac{1}{2}$ litros de tinta, quantas latas eu vou usar para pintar a parede toda?

5. Duas empreiteiras de obras públicas trabalham na duplicação de uma estrada. Uma delas já duplicou $\frac{2}{5}$ da estrada, enquanto a outra já duplicou $\frac{1}{4}$ da estrada. Com isso, as duas juntas já duplicaram 65 quilômetros da estrada. Qual é o comprimento total da estrada e quanto quilômetros ainda faltam duplicar?

6. Durante um torneio, um clube venceu $\frac{3}{5}$ e empatou $\frac{1}{3}$ dos jogos que disputou. Sabendo que perdeu apenas 2, pergunta-se:

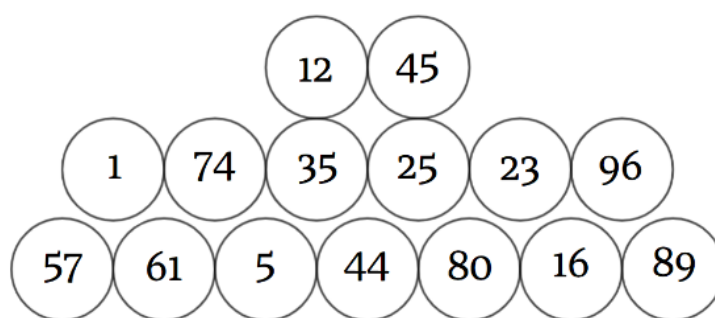
- a) Quantos jogos ele disputou no torneio?
- b) Quantos jogos ele venceu?
- c) Quantos jogos ele empatou?
- d) Se cada vitória vale 2 pontos e cada empate vale 1 ponto, quantos pontos a equipe fez nesse torneio?

7. Em uma equipe de futebol fluminense, a metade dos jogadores contratados são fluminenses e $\frac{1}{3}$ dos jogadores contratados são de outros estados. Como ainda existem 4 jogadores estrangeiros, quantos jogadores contratados têm esse clube?

8. Um professor de Educação Física fez uma pesquisa e verificou que $\frac{3}{4}$ dos alunos da escola praticavam esportes. Entre os alunos que praticavam esportes, apenas $\frac{1}{6}$ gostava de jogar voleibol. Sabendo que 150 alunos gostavam de jogar voleibol, responda:

- a) Qual é a fração dos alunos que gostava de jogar voleibol?
- b) Quantos alunos havia nessa escola?
- c) Quantos alunos praticavam esportes?
- d) Quantos alunos não praticavam esportes?

9. Uma urna contém 15 bolas numeradas:

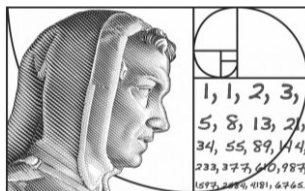


Retira-se uma bola, ao acaso, sem olhar, dessa urna, e observa-se o número retirado.

- a) É mais provável que o número escrito na bola retirada seja um número par ou um número ímpar?
- b) Qual é a probabilidade de o número da bola retirada ser um número par?
- c) Qual é a probabilidade de o número da bola retirada ser um número ímpar?

10. Nas eleições para Prefeito de uma cidade que tem 3.600 eleitores, $\frac{1}{20}$ desses eleitores deixou de votar. Entre os eleitores que votam, $\frac{1}{20}$ votou em branco, $\frac{1}{12}$ anulou o voto e $\frac{3}{5}$ votaram no candidato que venceu as eleições.

- a) Quantos eleitores deixaram de votar?
- c) Quantos votaram em branco?
- d) Quantos anularam o voto?
- e) Quantos votos obteve o candidato que venceu as eleições? E o que perdeu?
- f) Qual foi a diferença de votos entre os dois candidatos?



AULA 67

A RELAÇÃO ENTRE FRAÇÃO DECIMAL E NÚMERO DECIMAL

Nesta aula, estudaremos a forma de transformarmos a fração decimal em número decimal e a forma de transformarmos um número decimal em uma fração decimal.

TRANSFORMANDO FRAÇÃO DECIMAL EM NÚMERO DECIMAL

Definição: Para transformar uma fração decimal em número decimal, escrevemos o numerador e separamos, à direita da vírgula, tantas casas quantos são os zeros do denominador.

Exemplos:

1. Transforme a fração $\frac{42}{10}$ em número decimal.

Resolução:

$$\frac{42}{1\underbrace{0}_{1 \text{ zeros}}} = 4,\underbrace{2}_{\text{Uma casa}}$$

2. Transforme a fração $\frac{815}{100}$ em número decimal.

Resolução:

$$\frac{815}{1\underbrace{00}_{2 \text{ zeros}}} = 8,\underbrace{15}_{\text{Duas casas}}$$

3. Transforme a fração $\frac{815}{1000}$ em número decimal.

Resolução:

$$\frac{815}{1\underbrace{000}_{3 \text{ zeros}}} = 0,\underbrace{815}_{\text{Três casas}}$$

Quando a quantidade de algarismos do numerador não for suficiente para colocar a vírgula, acrescentamos zeros à esquerda do número.

Exemplos:

1. Transforme a fração $\frac{15}{1000}$ em número decimal.

Resolução:

$$\frac{15}{1000} = 0,015$$

2. Transforme a fração $\frac{3}{1000}$ em número decimal.

Resolução:

$$\frac{3}{1000} = 0,003$$

TRANSFORMANDO NÚMEROS DECIMAIS EM FRAÇÕES

Para transformarmos um número decimal exato em uma fração, devemos seguir alguns passos:

1º Passo: Conte a quantidade de algarismos que existem na parte decimal, isto é, devemos contar a quantidade de números que encontramos após a vírgula.

2º Passo: Coloque no denominador o número 1 e acrescente zeros de acordo com a quantidade de casas decimais encontradas no decimal exato.

3º Passo: Escreva no numerador o decimal exato sem a vírgula.

Exemplos:

1. Transforme o número 5,16 em fração.

Resolução: O número 5,16 possui duas casas decimais após a vírgula, sendo assim, devemos ter dois zeros no denominador, acompanhado inicialmente do número um.

$$5,\underbrace{16}_{\text{Duas casas}} = \frac{516}{1\underbrace{00}_{\text{2 zeros}}} = \frac{516}{100}$$

Portanto, $5,16 = \frac{516}{100}$.

2. Transforme o número 0,00407 em fração.

Resolução: O número 0,00407 possui cinco casas decimais. Então, temos que:

$$0,\underbrace{00407}_{\text{Cinco casas}} = \frac{000407}{1\underbrace{00\ 000}_{\text{5 zeros}}} = \frac{407}{100\ 000}$$

3. Transforme o número 84,015923 em fração.

Resolução: O número 84,015923 possui seis casas decimais. Então, temos que:

$$84,\underbrace{015923}_{\text{Seis casas}} = \frac{84\ 015\ 923}{1\ \underbrace{000\ 000}_{6\ \text{zeros}}} = \frac{84\ 015\ 923}{1\ 000\ 000}$$

PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DOS NÚMEROS DECIMAIS

Definição: O valor de um número decimal não se altera quando acrescentamos ou retiramos um ou mais zeros à direita de sua parte decimal.

Exemplos:

$$\begin{array}{ccccccc} 0,6 & = & 0,60 & = & 0,600 & = & \dots \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \frac{6}{10} & = & \frac{60}{100} & = & \frac{600}{1000} & = & \dots \end{array}$$

ATIVIDADES

1. Transforme as frações decimais em números decimais:

a) $\frac{3}{10}$

g) $\frac{1634}{100}$

b) $\frac{45}{10}$

h) $\frac{328}{100}$

c) $\frac{517}{10}$

i) $\frac{5114}{1000}$

d) $\frac{2138}{10}$

j) $\frac{2856}{1000}$

e) $\frac{57}{100}$

k) $\frac{4761}{10000}$

f) $\frac{348}{100}$

l) $\frac{15238}{10000}$

2. Transforme as frações em números decimais:

a) $\frac{9}{100}$

d) $\frac{47}{1000}$

b) $\frac{3}{1000}$

e) $\frac{9}{10000}$

c) $\frac{65}{1000}$

f) $\frac{14}{10000}$

3. Transforme os números decimais em frações decimais:

- a) 0,4
- b) 7,3
- c) 4,29
- d) 0,674
- e) 8,436
- f) 68,37

- g) 15,3
- h) 0,08
- i) 0,013
- j) 34,09
- k) 7,016
- l) 138,11

4. Quais das igualdades abaixo são verdadeiras?

a) $7,3 = \frac{73}{10}$

b) $\frac{85}{100} = 8,5$

c) $6,0 = \frac{60}{10}$

d) $0,9 = \frac{9}{10}$

e) $\frac{123}{100} = 12,3$

f) $0,04 = \frac{4}{10}$

g) $\frac{485}{1000} = 4,85$

h) $0,072 = \frac{72}{1000}$

i) $\frac{9}{1000} = 0,0009$

5. Quais das igualdades abaixo são verdadeiras?

a) $0,8 = 0,80$

b) $2,7 = 0,27$

c) $1,9 = 1,900$

d) $6,0 = 6,000$

e) $0,5 = 0,5000$

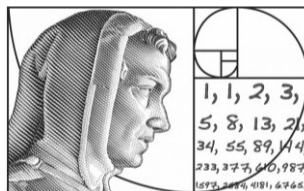
f) $7,06 = 70,6$

g) $0,31 = 0,301$

h) $0,60 = 0,06$

i) $3,02 = 3,002$

j) $8,45 = 8,450$



AULA 71

MULTIPLICAÇÃO COM DECIMAIS – PARTE II



esta aula, daremos continuidade ao estudo da operação de multiplicação nos decimais exatos, como a multiplicação de números decimais com números decimais.

Definição: A multiplicação de decimais exatos pode ser feita multiplicando os números decimais como se eles fossem números naturais (sem a vírgula) e, no fim, acrescentando a vírgula, de acordo com a soma de casas decimais dos fatores.

Exemplos:

1. Calcule $0,25 \cdot 2,1$.

Resolução: Utilizando a definição da multiplicação com decimais, temos que:

$$\begin{array}{r} 0,25 \\ \times 2,1 \\ \hline 025 \\ + 050 \\ \hline 0,525 \end{array}$$

2. Calcule $3,4 \cdot 5,2$.

Resolução: Utilizando a definição da multiplicação com decimais, temos que:

$$\begin{array}{r} 3,4 \\ \times 5,2 \\ \hline 68 \\ + 170 \\ \hline 17,68 \end{array}$$

ATIVIDADES

1. Explique como se devem multiplicar decimais exatos. Dê exemplos.

2. Resolva as expressões numéricas:

a) $0,24 \cdot 0,3$

b) $1,53 \cdot 2,58$

c) $6,41 \cdot 9,882$

d) $1,47 \cdot 2,5$

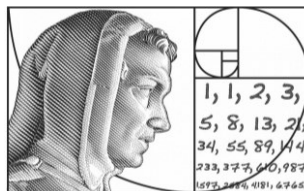
e) $1,2 \cdot 1,2$

f) $4,05 \cdot 2,2$

g) $3,2 \cdot 3,5 \cdot 1,4$

h) $0,2 \cdot \frac{2}{5}$

i) $\frac{1}{3} \cdot 0,2$



AULA 75

POTÊNCIA COM DECIMAIS



esta aula, estudaremos a potência com decimais.

Na potenciação de números decimais com expoente natural, valem as mesmas regras de potenciação de números naturais.

Exemplos:

- 1) $(0,2)^3 = (0,2) \cdot (0,2) \cdot (0,2) = 0,008$
- 2) $(0,3)^2 = (0,3) \cdot (0,3) = 0,09$
- 3) $(0,1)^4 = (0,1) \cdot (0,1) \cdot (0,1) \cdot (0,1) = 0,0001$

EXPOENTE UM

Definição: Dado um número racional a , define-se que $a^1 = a$.

Exemplos:

- 1) $(2,3)^1 = 2,3$
- 2) $(0,007)^1 = 0,007$
- 3) $(917,4)^1 = 917,4$

EXPOENTE ZERO

Definição: Dado um número racional a , com $a \neq 0$, define-se que $a^0 = 1$.

Exemplos:

- 1) $(1,008)^0 = 1$
- 2) $(32,6)^0 = 1$

Quando a base é um número racional, temos as seguintes propriedades:

MULTIPLICAÇÃO DE POTÊNCIAS DE MESMA BASE

Definição: dada a multiplicação de potências de mesma base, o resultado se obtém conservando a base e somando os expoentes:

$$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$$

com $a \in \mathbb{Q}$, b e c podendo ser quaisquer números naturais.

Exemplos:

1) $(0,01)^4 \cdot (0,01)^6 = (0,01)^{6+4} = (0,01)^{10}$

2) $(4,2)^{12} \cdot (4,2)^{10} = (4,2)^{12+10} = (4,2)^{22}$

DIVISÃO DE POTÊNCIAS DE MESMO EXPOENTE

Definição: dada a divisão de potências de mesma base, o resultado se obtém conservando a base e subtraindo os expoentes:

$$\frac{a^b}{a^c} = a^{(b-c)} \quad \text{ou} \quad a^b : a^c = a^{(b-c)}$$

com $a \in \mathbb{Q}$, b e c podendo ser quaisquer números naturais.

Exemplos:

1) $(4,2)^6 \div (4,2)^4 = (4,2)^{6-4} = (4,2)^2$

2) $(0,27)^9 \div (0,27)^8 = (0,27)^{9-8} = (0,27)^1 = (0,27)$

POTÊNCIA DE UMA POTÊNCIA

Definição: seja dada a potência elevada a determinado expoente. O resultado se obtém conservando a base e multiplicando os expoentes:

$$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$$

com $a \in \mathbb{Q}$, b e c podendo ser quaisquer números naturais.

Exemplos:

1) $[(5,3)^2]^3 = (5,3)^{2 \cdot 3} = (5,3)^6$

2) $[(9,04)^5]^7 = (9,04)^{5 \cdot 7} = (9,04)^{35}$

MULTIPLICAÇÃO DE POTÊNCIAS DE MESMO EXPOENTE

Definição: dada a multiplicação de potências de mesmo expoente, o resultado se obtém multiplicando as bases e conservando o expoente:

$$a^c \cdot b^c = (a \cdot b)^c$$

com $a \in \mathbb{Q}$, b e c podendo ser quaisquer números naturais.

Exemplos:

1) $2,5^3 \cdot 0,4^3 = (2,5 \cdot 0,4)^3 = 1^3 = 1$

2) $0,2^3 \cdot 0,5^3 = (0,2 \cdot 0,5)^3 = (0,1)^3 = 0,001$

DIVISÃO DE POTÊNCIAS DE MESMO EXPOENTE

Definição: dada a divisão de potências de mesmo expoente, o resultado se obtém dividindo as bases e conservando o expoente:

$$a^c : b^c = \left(\frac{a}{b}\right)^c$$

com $a \in \mathbb{Q}$, b e c podendo ser quaisquer números naturais.

Exemplos:

1) $4,8^3 : 1,2^3 = \left(\frac{4,8}{1,2}\right)^3 = 4^3 = 64$

2) $0,4^3 : 0,2^3 = \left(\frac{0,4}{0,2}\right)^3 = 2^3 = 8$

Veja, agora, como podemos calcular o valor de uma expressão numérica que envolve números racionais:

Exemplos:

1) $(0,5) \cdot (0,2)^2 - (0,5)^4 = (0,5) \cdot (0,04) - 0,0625 = 0,02 - 0,0625 = -0,0425$

EXPOENTE INTEIRO NEGATIVO

De modo, geral, para estender a potenciação de números racionais para expoente negativo, mantendo as propriedades válidas para expoentes naturais, definimos:

Definição: para todo número racional a , com $a \neq 0$ e $n \in \mathbb{N}$, temos que:

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1^n}{a^n}$$

Exemplos:

$$1) (3,0)^{-1} = 3^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$$

$$2) (0,25)^{-2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \left(\frac{4}{1}\right)^2 = 4^2 = 16$$

Observação: note que, para indicar uma potência com expoente inteiro negativo, escreve-se o inverso da base e muda-se o sinal do expoente.

ATIVIDADES

1. Escreva o valor de:

a) $(0,1)^3$

b) $(0,2)^5$

c) $(1,6)^2$

d) $(7,75)^0$

2. Reduza a uma só potência as expressões:

a) $(4,3)^5 \cdot (4,3)^7$

b) $(0,25)^9 : (0,25)^3$

c) $[(1,2)^2]^4$

d) $(0,54)^3 \cdot (0,54)^{13} \cdot (0,54)^{42}$

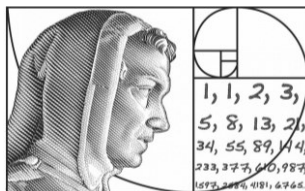
3. Calcule o valor das expressões numéricas abaixo:

a) $2^3 - (0,5)^3$

b) $2^2 - (0,5)^2$

4. Calcule o valor de x na expressão $x = (0,8) : (0,2)^2 + (2,7) : (0,3)^2$.

5. Sendo $x = 3^{-1}$, $y = 6^{-1}$ e $z = 9^{-1}$, calcule o valor da expressão $x + y - z$.



AULA 80

AVALIAÇÃO

1. Escreva em forma de número decimal:

- a) Cinco décimos.
- b) Trezentos e vinte e oito milésimos.
- c) Sete inteiros e quatro décimos.
- d) Três décimos de milésimos.
- e) Oito inteiros e cinquenta e quatro milésimos.

2. Transforme as frações decimais em números decimais:

- a) $\frac{517}{10}$
- b) $\frac{57}{100}$
- c) $\frac{1634}{100}$
- d) $\frac{5114}{1000}$
- e) $\frac{15\,238}{10000}$

3. Transforme os números decimais em frações decimais:

- a) 15,3
- b) 0,08
- c) 0,013
- d) 7,016
- e) 138,11

4. Resolva as expressões numéricas:

- a) $17,245 + 120,3 + 4,6$
- b) $3,24 + 2,3459 + 0,123456$
- c) $7,5 + \left(\frac{4}{5}\right) + \left(\frac{5}{4}\right)$

d) $0,003 + \left(\frac{9}{20}\right)$

e) $0,99 - 0,233$

f) $9,882 - 6,41$

g) $4,53 - \left(\frac{4}{5}\right)$

h) $4 - \left(\frac{49}{51}\right)$

5. Encontre o produto entre:

a) $135,7 \cdot 24$

b) $0,24 \cdot 0,3$

c) $6,41 \cdot 9,882$

d) $3,2 \cdot 3,5 \cdot 1,4$

e) $0,2 \cdot \frac{2}{5}$

6. Efetue:

a) $0,36 : 1,8$

b) $0,8 : (-0,02)$

c) $1,44 : 5$

d) $0,81 : 2,25$

e) $62,9 : 2,7$

f) $60 : 0,002$

g) $1,21 : 2,5$

7. Sendo $x = 3^{-1}$, $y = 6^{-1}$ e $z = 9^{-1}$, calcule o valor da expressão $x + y - z$.

8. Calcule o valor de

$$\sqrt{\frac{1,69}{1,44}} : \sqrt{\frac{0,81}{0,04}}$$

9. Sabe-se que 23 quilogramas de café foram distribuídos em 92 pacotes iguais. Quantos quilogramas foram colocados em cada pacote?

10. Uma blusa custava R\$ 255,00, porém recebeu um desconto de 15%. Qual é o novo valor da blusa?



Nossa Senhora Auxiliadora, rogai por nós!

Santíssima Virgem Maria a quem Deus constituiu
Auxiliadora dos Cristãos,
nós vos escolhemos como Senhora e
Protetora desta casa.

Dignai-vos mostrar aqui Vosso auxílio poderoso.
Preservai esta casa de todo perigo: do incêndio, da
inundação, do raio, das tempestades,
dos ladrões, dos malfeitores, da guerra e de todas as
outras calamidades que conheceis.

Abençoi, protegei, defendei, guardai como coisa vossa
as pessoas que vivem nesta casa.

Sobretudo concedei-lhes a graça mais importante,
a de viverem sempre na amizade de Deus,
evitando o pecado.

Dai-lhes a fé que tivestes na Palavra de Deus,
e o amor que nutristes para com Vosso Filho Jesus e
para com todos aqueles pelos quais
Ele morreu na Cruz.

Maria, Auxílio dos Cristãos, rogai por todos que
moram nesta casa que Vos foi consagrada.

Amém.