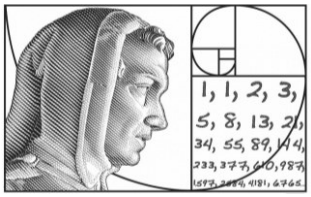
INSTITUTO SÃO CARLOS BORROMEU

# ENSINO FUNDAMENTAL – 6º ANO – MATEMÁTICA VOLUME 2

*Apostila do 6º ano do Ensino Fundamental, escrita pelo Instituto São Carlos Borromeu. O conteúdo é indicado para estudo individual domiciliar, apoio escolar ou como material didático escolar.*

# MATEMÁTICA




# AULA 81

## ORIGENS DA GEOMETRIA

Neste volume, iniciaremos o estudo da geometria e, nesta aula, veremos como foi a origem da geometria.

Sabemos que a geometria é um dos ramos fundamentais da matemática; ela possui uma história rica e multifacetada que remonta à várias civilizações antigas. Sua origem está profundamente enraizada nas necessidades práticas e nos desafios do cotidiano que impulsionaram o desenvolvimento de conceitos e técnicas geométricas.

### EGITO ANTIGO

No Egito Antigo, por volta de 3000 a.C., a geometria emergiu como uma ferramenta essencial para a construção de pirâmides e templos, bem como para a medição de terras agrícolas. As inundações anuais do Rio Nilo, frequentemente alteravam os limites dos campos, exigindo um sistema preciso de medição para restaurar os limites originais. O **Papiro de Rhind**, datado de cerca de 1650 a.C., é um dos mais antigos documentos matemáticos conhecidos e contém uma coleção de problemas geométricos que revelam o conhecimento avançado dos egípcios.

O Santo e doutor da Igreja, Santo Isidoro de Sevilha, escreve, em sua principal obra, intitulada Etimologias, que a geometria tem origem na medição da terra pelos egípcios, como poderemos ver no trecho abaixo que foi tirado de sua obra principal.

> *"Diz-se que a ciência geométrica foi iniciada pelos egípcios, uma vez que, ao transbordar o Rio Nilo e se apagarem com o limo os limites dos campos, se começou – e isto deu nome à esta disciplina – a delimitar, mediante linhas e medidas, as terras que deviam dividir-se. Depois esta ciência chegou a tal altura, que se começaram também a medir os espaços do mar, do céu e do firmamento. Enfim, arrastados os homens por seu afã de estudar, empreenderam a investigação dos espaços do céu, uma vez conhecidas as dimensões da terra. E começaram assim a estabelecer qual era a distância entra a lua e a terra, ou entre a lua e o sol, ou a medida da distância até o vértice do céu; do mesmo modo, determinaram o*

*número de estádios[1], mais ou menos, que tinham as distâncias do céu e o contorno do orbe. Mas, como esta ciência teve seu início na medição da terra, conservou-se, por isso, o nome do que foi sua origem.* ***Daí que sua denominação geometria deriva de 'terra' e de 'medida'. De fato, em grego, 'terra' se diz gê, e 'medida' metra.*** *O conteúdo desta ciência são as linhas, as distâncias, as medidas e as figuras; e nas figuras se consideram as dimensões e os números."*

*(Etymologiarum, Santo Isidoro de Sevilha)*

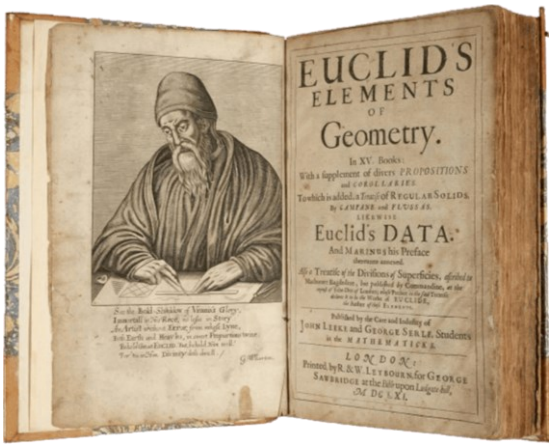
## MESOPOTÂMIA

Paralelamente, na Mesopotâmia, os babilônios também desenvolveram uma compreensão sofisticada da geometria. Eles usavam tábuas de argila para registrar cálculos matemáticos, que incluíam a determinação de áreas e volumes. Evidências sugerem que eles conheciam o Teorema de Pitágoras muito antes de Pitágoras, demonstrando uma aplicação prática da geometria em problemas cotidianos, como a construção e a agrimensura.

**Observação:** Na Mesopotâmia tivemos a construção da Torre de Babel e da Arca de Noé, exemplos de construção que necessitaram de um conhecimento geométrico.

## GRÉCIA ANTIGA

A Grécia Antiga é amplamente reconhecida por ter sistematizado a geometria, transformando-a em uma disciplina dedutiva rigorosa. Thales de Mileto, por volta de 600 a.C., é um dos primeiros nomes associados ao uso de lógica e dedução na geometria. No entanto, foi **Euclides de Alexandria** quem consolidou a geometria como uma ciência formal. Sua obra monumental "Os Elementos", escrita por volta de 300 a.C., organizou o conhecimento geométrico existente em um sistema axiomático que se tornou a base do estudo da geometria por mais de dois mil anos.


EUCLID'S
ELEMENTS
OF
Geometry.
In XV. Books.
Euclid's DATA.
LONDON:

1 Estádio era a unidade de medida utilizada na Antiguidade. Um estádio equivale a 185 metros.

**Observação:** Platão, um dos pilares da filosofia, mandou escrever no frontão de sua Academia: "Quem não é geômetra não entre!", pois sabia que bons filósofos possuem grande capacidade de abstração, e a geometria era a arte que mais possibilitava a alguém ter tal capacidade.

*Recorte do afresco A Escola de Atenas, de Raffaello Sanzio. Platão está no centro da imagem, ao lado de Aristóteles, apontando o dedo para cima (o que remete ao mundo das ideias, segundo a doutrina de Platão). Euclides se encontra no canto direito inferior da imagem com um compasso na mão, objeto utilizado na geometria, ensinando os seus alunos.*

## Índia e China Antigas

Além do Egito e da Grécia, a geometria também floresceu na Índia e na China antigas. Na Índia, matemáticos como Aryabhata e Brahmagupta fizeram contribuições significativas, especialmente no campo da astronomia, que dependia fortemente de conceitos geométricos. Na China, textos matemáticos clássicos como o "Chou Pei Suan Ching" e os "Nove Capítulos sobre a Arte Matemática", contêm numerosos problemas geométricos e suas soluções, demonstrando um conhecimento avançado e uma aplicação prática da geometria.

## ATIVIDADES

**1.** Quais foram algumas das principais aplicações práticas da geometria no Egito Antigo?

**2.** O que significa a palavra geometria?

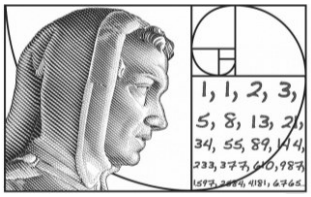
**3.** Como os babilônios da Mesopotâmia contribuíram para o desenvolvimento da geometria?

**4.** Quem foi Euclides de Alexandria e qual foi sua contribuição para a geometria?

**5.** O que Platão escreveu no frontão de sua Academia? Por quê?

**6.** Quais são alguns exemplos de como a geometria foi utilizada na Índia e na China antigas?

**7.** Como a geometria evoluiu de uma ferramenta prática para uma ciência formal?




# AULA 87

## RETA

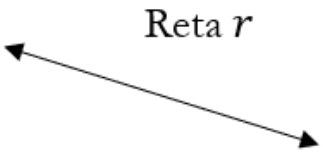
Nesta aula, estudaremos a noção primitiva de reta.

A palavra reta tem origem no termo latino RECTUS, que significa reto, direito. Na Matemática, definimos da seguinte maneira:

**Definição:** a reta é uma linha sem um ponto de origem e sem fim.

Pela definição, podemos comparar a reta com Deus, pois Deus não tem origem nem fim, ou seja, ele é o Princípio e o Fim, o Alfa e o Ômega, como nós professamos no ato de fé.

As retas podem ser representadas graficamente por uma linha, sem pontos nas extremidades, ou por uma linha com setas nas extremidades e, além disso, utilizamos as letras minúsculas do alfabeto para nomear as retas.




Quando olhamos as linhas de um campo de futebol ou as linhas de uma quadra de tênis, ou os cabos de uma rede elétrica bem esticados, temos a ideia de reta.

Os cabos de uma rede elétrica bem esticados nos dão a ideia de reta.

As linhas de uma quadra de tênis nos dão a ideia de reta.

## ATIVIDADES

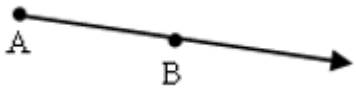
**1.** Defina reta.

**2.** Explique a diferença entre retas, semirretas e segmentos de retas.

**3.** Classifique cada um dos exemplos abaixo como reta, segmento de reta ou semirreta. Dê, ainda, o nome de cada um.

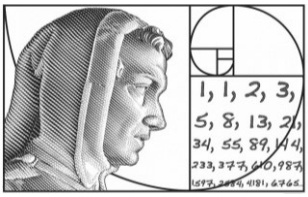
**a)**

**b)**




**c)**

**d)**




# AULA 89

## POSIÇÃO RELATIVA ENVOLVENDO PONTOS

Nesta aula, estudaremos a posição relativa envolvendo pontos. Desta forma, iremos estudar a posição relativa entre dois pontos e a posição relativa entre ponto e reta.

Mas o que significa estudar a posição relativa?

**Definição:** As posições relativas referem-se ao modo de como os elementos matemáticos se relacionam no espaço que ocupam.

Desta forma, estudaremos o modo de como dois pontos se relacionam no plano e como um ponto e uma reta se relacionam no plano.

## POSIÇÃO RELATIVA ENTRE DOIS PONTOS

**Definição:** A posição relativa entre dois pontos quaisquer ocorre de duas formas, os pontos são coincidentes ou são distintos.

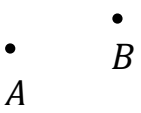
Vejamos as duas formas abaixo:

**1ª forma: Pontos coincidentes**

Os pontos $A$ e $B$ são coincidentes quando estão localizados na mesma posição. Desta forma temos que $A = B$.

**2ª forma: Pontos distintos**

Os pontos $A$ e $B$ são distintos quando estão localizados em posições diferentes. Desta forma temos que $A \neq B$.



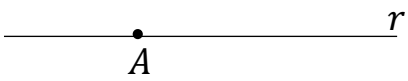

**Observação:** Os pontos coincidentes são uma das formas da posição relativa entre dois pontos. Porém, iremos trabalhar apenas com pontos distintos. Dessa forma, toda vez que dissermos dois pontos, saiba que estamos falando sempre de pontos distintos.

# Posição relativa entre ponto e reta

**Definição:** A posição relativa entre um ponto e uma reta ocorre de duas formas: o ponto pertence à reta ou o ponto não pertence à reta.

Vejamos as duas formas abaixo:

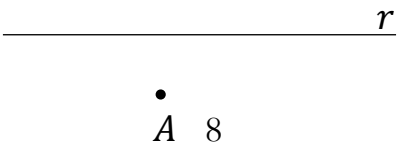
**1ª forma:** O ponto $A$ pertence à reta $r$




Quando o ponto $A$ pertence à reta $r$, representamos matematicamente como $A \in r$. Da mesma forma, que representamos um elemento que pertence a um determinado conjunto.

**Observação:** Lemos $A \in r$ da seguinte forma: "$A$ pertence a $r$".

**2ª forma:** O ponto $A$ não pertence à reta $r$




Quando o ponto $A$ não pertence à reta $r$, representamos matematicamente como $A \notin r$, da mesma forma, que representamos um elemento que não pertence a um determinado conjunto.

**Observação:** Lemos $A \notin r$ da seguinte forma: "$A$ não pertence a $r$".

## Atividades

**1.** Quais são as posições relativas entre dois pontos?

**2.** Imagine que esteja em um avião, de cuja altura ainda é possível distinguir pontos, mas não detalhes, e indique, em termos de posição, se nas situações os pontos seriam distintos ou coincidentes:

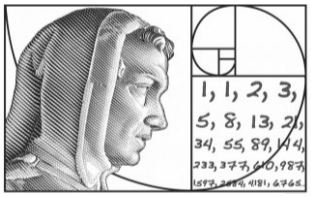
**a)** Um homem ajoelhado pedindo sua noiva em casamento.

**b)** Uma família abraçando-se.

**c)** Uma mulher (ponto 1) jogando uma bolinha (ponto 2), ainda no ar, para seu cachorro (ponto 3).

**d)** Uma mulher (ponto 1) jogando uma bolinha (ponto 2), e seu cachorro (ponto 3) já com ela entre os dentes.

**3.** Quais são as posições relativas entre pontos e retas?




# AULA 96

## AVALIAÇÃO

**1.** Faça um desenho geométrico do ponto médio de um segmento qualquer.

**2.** Explique a diferença entre semirreta e segmento de reta.

**3.** Entre os elementos descritos abaixo, escreva quais dão ideia de:

Folha de papel – Lata de extrato de tomate
Superfície do tampo de uma mesa – Tela de um quadro
dado – tubo de cola bastão – garrafa de água

**a)** uma figura geométrica plana;

**b)** uma figura geométrica não plana.

**4.** Demonstre e explique o teorema "duas retas concorrentes interseccionam-se em um único ponto".

**5.** Se uma pirâmide tiver 10 vértices, quantas arestas e faces ela terá?

**6.** Defina com palavras e um desenho explicando:

**a)** Plano

**b)** Figuras geométricas

**c)** Sólidos geométricos

**d)** Corpos redondos

**e)** Vértice

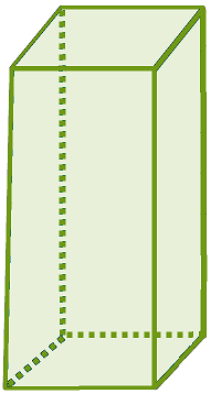
**f)** Aresta

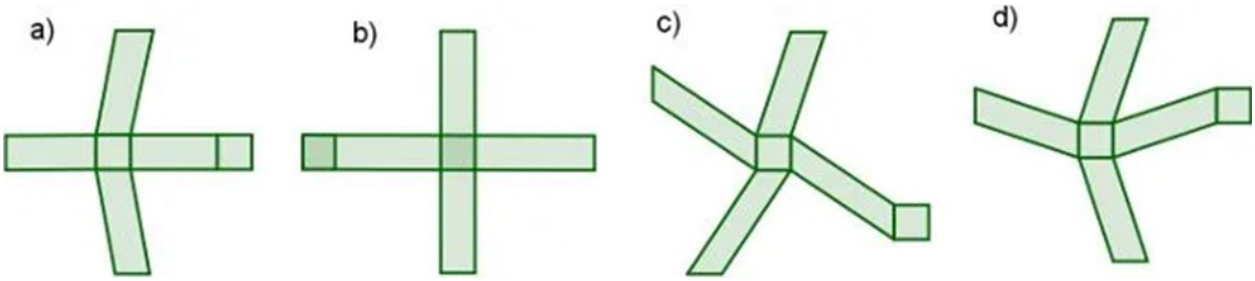
**g)** Face

**7.** Defina e explique as posições relativas entre dois pontos, entre ponto e reta e entre duas retas, com dois exemplos cada.

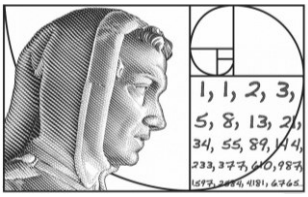
**8.** Defina e explique as posições relativas entre dois segmentos de reta, com dois exemplos cada.

**9.** Qual das imagens abaixo é a melhor planificação do prisma retangular?






**10.** Se um prisma possui 6 arestas na sua base, como ele é chamado? Quantos vértices ele possui?




# AULA 99

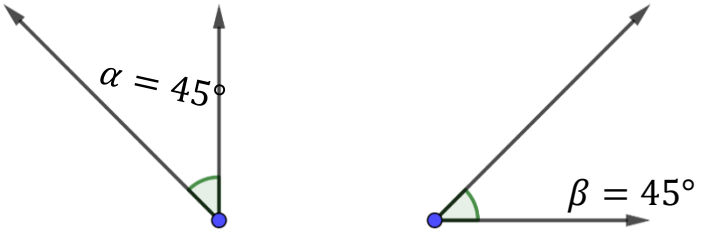
## ÂNGULOS CONGRUENTES

Nesta aula, estudaremos os ângulos congruentes.

**Definição:** dois ângulos $\alpha$ e $\beta$ são ditos **congruentes** se possuem a mesma medida.

**Exemplos:**

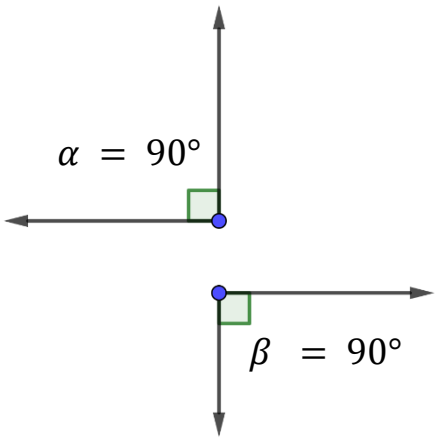
**1.** Os ângulos $\alpha$ e $\beta$ são congruentes, pois $\alpha = \beta = 45°$.




$\alpha \equiv \beta$

Lê-se "alfa é congruente a

**2.** $A\hat{O}C$ e $B\hat{O}C$ possuem o lado $\overrightarrow{OB}$ em comum. Por isso, diz-se que são consecutivos. Note que o ângulo $B\hat{O}C$ está contido no ângulo $A\hat{O}C$.



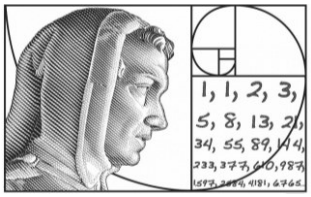

$\alpha \equiv \beta$

Lê-se "alfa é congruente a

## ATIVIDADES

**1.** Defina ângulos congruentes.

**2.** Encontre e escreva cinco exemplos de ângulos congruentes em nosso cotidiano.




# AULA 102

## ÂNGULOS COMPLEMENTARES E SUPLEMENTARES

Nesta aula, estudaremos os ângulos complementares e os ângulos suplementares.

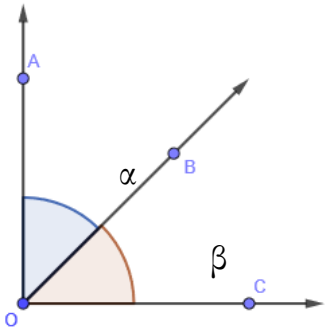
## ÂNGULOS COMPLEMENTARES

**Definição:** dois ângulos $\alpha$ e $\beta$ são ditos **complementares** se sua soma é 90°.

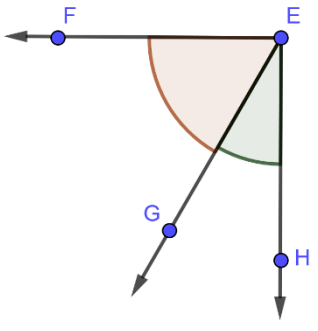
$$\alpha + \beta = 90°$$

**Exemplos:**

1. Os ângulos que medem 20° e 70° são complementares porque 20° + 70° = 90°.
2. Os ângulos que medem 89° e 1° são complementares porque 89° + 1° = 90°.
3. Os ângulos que medem 45° e 45° são complementares porque 45° + 45° = 90°.




4. Os ângulos que medem 60° e 30° são complementares porque 60° + 30° = 90°.



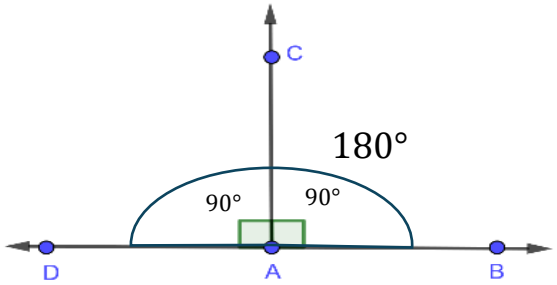
# Ângulos suplementares

**Definição:** dois ângulos $\alpha$ e $\beta$ são ditos **suplementares** se sua soma é $180°$.

$$\alpha + \beta = 180°$$

**Exemplos:**

1. Os ângulos que medem $100°$ e $80°$ são suplementares porque $100° + 80° = 180°$.
2. Os ângulos que medem $15°$ e $165°$ são suplementares porque $15° + 165° = 180°$.
3. Os ângulos que medem $90°$ e $90°$ são suplementares porque $90° + 90° = 180°$.




## Atividades

**1.** Defina ângulos complementares e dê dois exemplos.

**2.** Encontre o valor dos ângulos:

**a)** Dois ângulos são complementares e um deles mede $60°$.

**b)** Dois ângulos são complementares e um deles mede $89°$.

**c)** Dois ângulos são complementares e um deles mede $35°$.

**3.** Determine a medida do complemento de um ângulo de:

**a)** $35°$

**b)** $40°$

**c)** $69°$

**d)** $12°$

**4.** Defina ângulos suplementares e dê dois exemplos.

**5.** Complete as frases e dê exemplos:

**a)** Dois ângulos são congruentes quando...

**b)** Dois ângulos são consecutivos quando...

**c)** Dois ângulos são adjacentes quando...

**d)** Dois ângulos são complementares quando...

**e)** Dois ângulos são suplementares quando...

**6.** Encontre a solução:

**a)** Dois ângulos são complementares e congruentes. Quanto medem?

**b)** Dois ângulos são suplementares e congruentes. Quanto medem?

**c)** Quanto mede um ângulo cuja medida é a soma de um ângulo raso e um ângulo reto? Qual é a relação entre esse ângulo e o ângulo reto?

**d)** Se dois ângulos são suplementares e um deles é agudo, o outro precisa ser, obrigatoriamente...?

**e)** Se dois ângulos são suplementares e um deles é reto, o outro precisa ser, obrigatoriamente...?

**f)** Entre dois ângulos complementares é possível que um deles seja obtuso?

**g)** A diferença entre um ângulo raso e um ângulo reto resulta em um ângulo...?

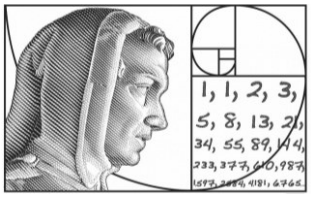
**h)** O dobro de um ângulo raso resulta em um ângulo...?

**7.** Encontre o valor dos ângulos:

**a)** Dois ângulos são suplementares e um deles mede 148°.

**b)** Dois ângulos são suplementares e um deles mede 123°.

**c)** Dois ângulos são suplementares e um deles mede 100°.



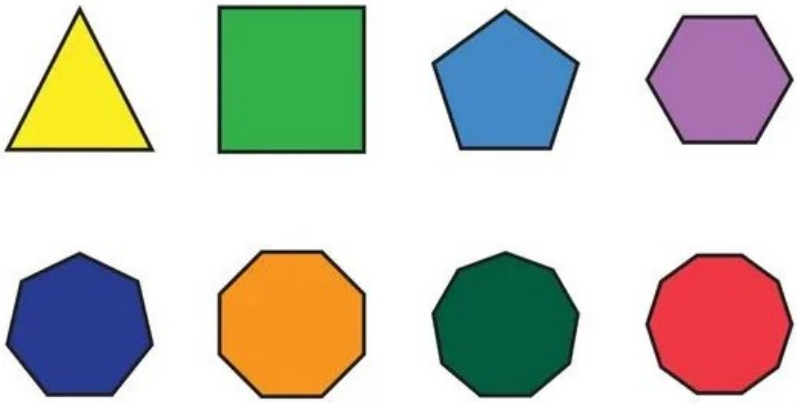

# AULA 108

## POLÍGONOS

Nesta aula, estudaremos de uma forma geral os polígonos.

Os polígonos são figuras geométricas bidimensionais formadas por segmentos de reta que são definidos da seguinte forma:

**Definição:** chama-se polígono a toda forma geométrica **delimitada** pela união de três ou mais segmentos consecutivos não colineares.



## ELEMENTOS DOS POLÍGONOS

Entre os elementos dos polígonos, estão os vértices, lados, ângulos internos, ângulos externos e diagonais.

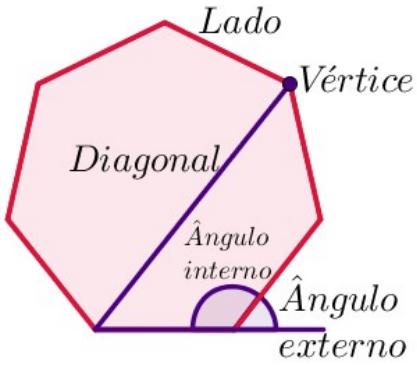
**Definição:** Os segmentos que formam um polígono são chamados de lados desse polígono.

**Definição:** Os pontos que unem dois lados são chamados de vértices do polígono.

**Definição:** A abertura formada por dois lados é chamada de ângulo interno de um polígono.

**Definição:** A abertura entre o prolongamento de um lado de um polígono e o lado adjacente a ele é chamado de ângulo externo.

**Definição:** O segmento que une dois vértices não consecutivos é chamado de diagonal do polígono.




**Observação:** Todo polígono possui o mesmo número de lados e de vértices.

**Observação:** O perímetro de um polígono é dado pela soma das medidas dos lados desse polígono.

**Observação:** A área do polígono é a medida da superfície dessa figura geométrica.

## CLASSIFICAÇÃO DOS POLÍGONOS

Os polígonos podem ser classificados de três formas: de acordo com o número de lados, de acordo com a regularidade e de acordo com a convexidade.

## DE ACORDO COM O NÚMERO DE LADOS

Uma das formas de classificarmos um polígono, é através da quantidade de lados que o mesmo apresenta. Vejamos os nomes que são atribuídos a cada polígono, de acordo com a quantidade de lados.

- **Triângulo:** 3 lados

- **Quadrilátero:** 4 lados

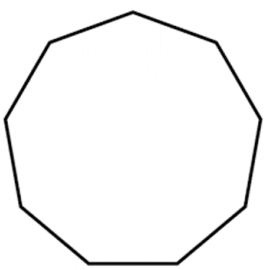
- **Pentágono:** 5 lados

- **Hexágono:** 6 lados

- **Heptágono:** 7 lados

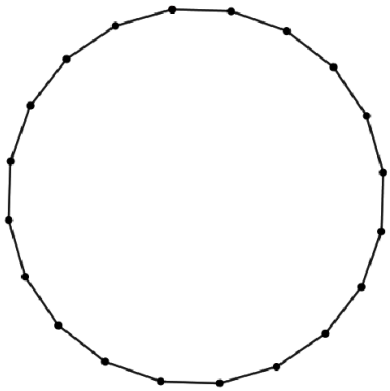
- **Octógono:** 8 lados

- **Eneágono:** 9 lados



- **Decágono:** 10 lados

- **Undecágono:** 11 lados
- **Dodecágono:** 12 lados
- **Pentadecágono:** 15 lados
- **Icoságono:** 20 lados

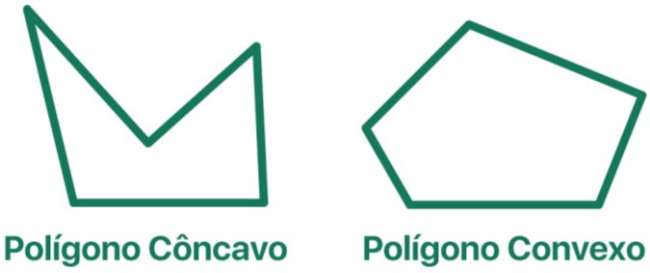


## De acordo com a convexidade

Uma outra forma de classificarmos um polígono, é através de sua convexidade, isto é, o polígono pode ser classificado como convexo ou côncavo.

**Definição:** se todos os ângulos interiores de um polígono são inferiores a 180 graus, então o polígono é **convexo**.

**Definição:** todo polígono com um ou mais ângulos interiores superiores a 180 graus, é **côncavo**.



## De acordo com a regularidade

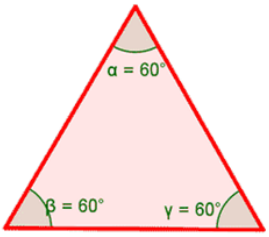
A terceira forma de classificarmos um polígono, é através da sua regularidade, isto é, se o polígono é regular ou irregular.

**Definição:** Um polígono é chamado de regular quando todos os lados e todos os ângulos são congruentes.

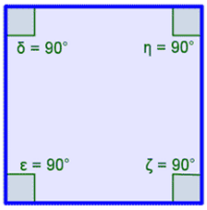
**Definição:** Um polígono é chamado irregular quando nem todos os lados são congruentes ou nem todos os ângulos são congruentes.

**Exemplos:**

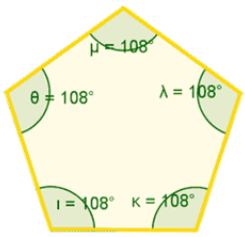
**1. Triângulo equilátero:** esse triângulo possui três lados congruentes e três ângulos congruentes.




**2. Quadrado:** polígono regular de quatro lados.




**3. Pentágono regular:** é todo pentágono que possui todos os lados congruentes e todos os ângulos congruentes.




## Atividades

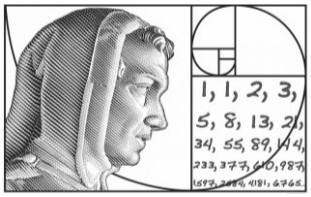
**1.** Defina segmento de reta e ângulos.

**2.** Qual é a menor distância entre dois pontos?

**3.** Explique, com suas palavras, o que é área e perímetro de uma forma geométrica.

**4.** Defina polígono.

**5.** Defina polígono regular e dê quatro exemplos.



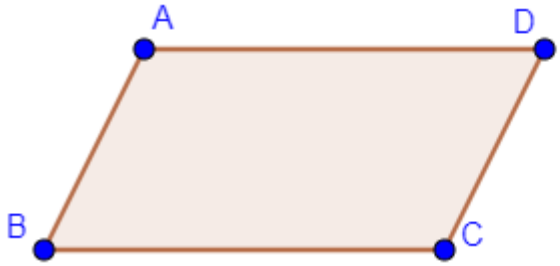

# AULA 111

## QUADRILÁTEROS – PARTE II

Nesta aula, finalizaremos o estudo dos quadriláteros estudando os quadriláteros paralelogramos.

Primeiramente, veremos a definição de um quadrilátero paralelogramo e depois os tipos de paralelogramos, como retângulo, losango e quadrado.

**Definição:** Os paralelogramos são os quadriláteros que possuem os lados opostos paralelos e congruentes.




$\overline{AD} // \overline{BC}$ e $\overline{AB} // \overline{CD}$

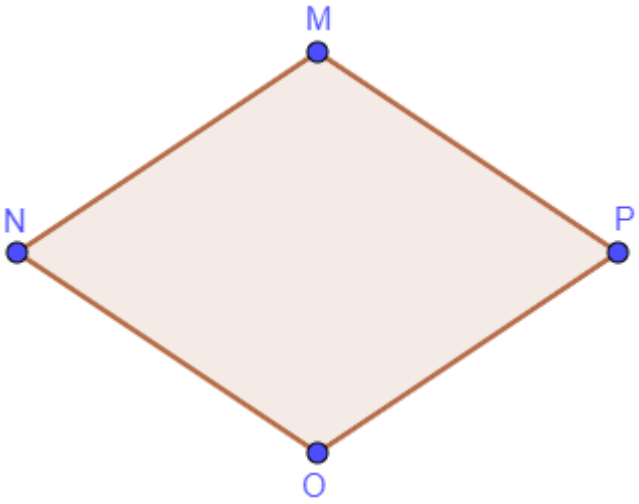
Por apresentarem características próprias, alguns paralelogramos têm nomes particulares, como: retângulo, losango e quadrado.

## RETÂNGULO

**Definição:** Retângulo é um quadrilátero paralelogramo que possui os quatro ângulos congruentes e retos e os lados opostos são paralelos e congruentes.

## LOSANGO

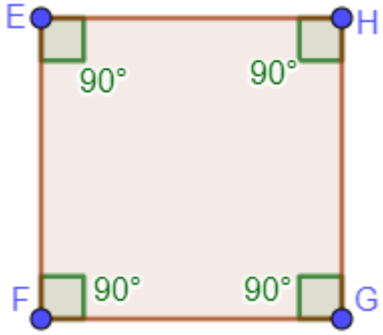
**Definição:** Os quatro lados têm a mesma medida.




**Observação:** O losango é encontrado na bandeira do Brasil.

## QUADRADO

**Definição:** Os quatro ângulos e os quatro lados têm a mesma medida.




Os quadrados possuem as seguintes propriedades:

**1ª propriedade:** As diagonais de um quadrado são congruentes.

**2ª propriedade:** As diagonais de um quadrado são perpendiculares.

**3ª propriedade:** As diagonais de um quadrado são bissetrizes.

## Polígono côncavo e convexo

Assim, podemos definir duas formas de saber se o polígono é côncavo ou convexo.

**Definição:** todo polígono com um ou mais ângulos interiores superiores a $180°$ é **côncavo**.

**Definição:** se todos os ângulos interiores de um polígono são inferiores a $180°$, então o polígono é **convexo**.

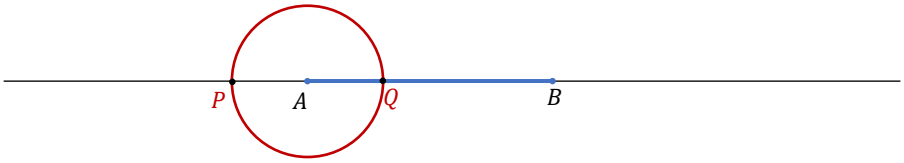
**Observação:** As definições dos polígonos côncavo e convexo valem para os quadriláteros.

## Desenho – Quadrado

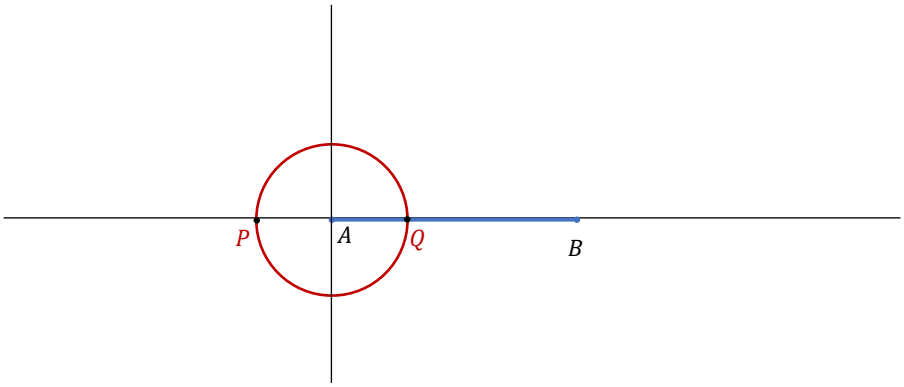
Vejamos o passo a passo da construção de um quadrado através do compasso e dado o lado $\overline{AB}$ do quadrado.

**1º passo:** Transporte o segmento $\overline{AB}$ sobre uma reta qualquer.

**2º passo:** Fixe a ponta seca em A e trace a circunferência de qualquer raio, tal que, essa circunferência intersecte a reta-suporte e o segmento.

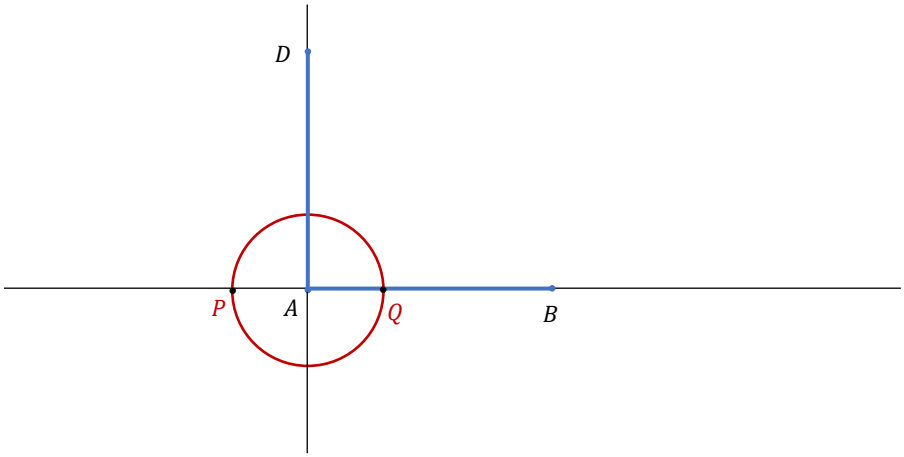



**3º passo:** Note que o ponto $A$ é o ponto médio do segmento $\overline{PQ}$. Trace a mediatriz do segmento $\overline{PQ}$.



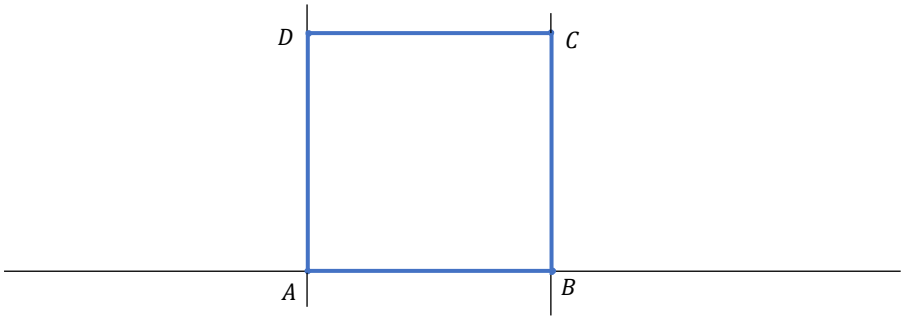

**Observação**: A mediatriz é perpendicular ao segmento $\overline{AB}$.

**4º passo:** Transporte o segmento $\overline{AB}$ para a mediatriz.



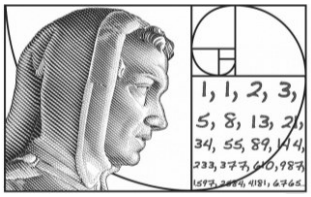

**5º passo:** Repita todos os passos anteriores com a ponta seca do compasso fixa em $B$.

**6º passo:** Trace o segmento $\overline{\mathrm{CD}}$. O quadrado $ABCD$, de lado $\overline{\mathrm{AB}}$, está pronto.




## ATIVIDADES

1. Defina paralelogramo e faça um desenho.
2. Defina retângulos e faça um desenho.
3. Defina um losango e faça um desenho.
4. Defina um quadrado e faça um desenho.
5. Construa um quadrado com compasso.
6. Defina polígonos convexos e desenhe dois exemplos.
7. Defina polígonos côncavos e desenhe dois exemplos.




# Aula 113

## Unidades de medida

Neste volume, estudaremos duas unidades de medida: comprimento e superfície.

Nesta aula, estudaremos a unidade de medida de uma forma geral e sua história.

Veremos, agora, um breve relato histórico da Antiguidade, da Grécia e Roma Antiga, da Idade Média, do Renascimento, Modernidade e Era Contemporânea das unidades de medida.

## Antiguidade

As primeiras civilizações humanas já reconheceram a necessidade de medir o mundo ao seu redor. No Egito Antigo, um dos primeiros sistemas de medidas conhecidos foi o "cúbito", uma unidade baseada na distância do cotovelo até a ponta do dedo médio de uma pessoa. Essa medida foi amplamente utilizada para construções monumentais, como as pirâmides. Na Mesopotâmia, as unidades também eram baseadas em objetos cotidianos, como a "cana", usada para medir comprimento, e o "siclo", uma unidade de peso essencial para o comércio e a administração.

## Grécia e Roma Antigas

Na Grécia Antiga, surgiram unidades como o "pé" e o "estádio". O "pé" grego, assim como o romano, tinha aproximadamente 30 centímetros. O "estádio", por sua vez, era uma unidade de comprimento utilizada para medir distâncias em eventos esportivos e variava de acordo com a cidade-estado. Os romanos, influenciados pelos gregos, adotaram o "pé romano" e a "milha" (mille passus, ou mil passos), que era equivalente a cerca de 1.480 metros. Além disso, o peso era medido em “libras”, uma unidade que continua presente em países de língua inglesa.

## Idade Média

Durante a Idade Média, as unidades de medida variaram extensamente de uma região para outra. Cada cidade ou feudo poderia ter seu próprio sistema, baseado em partes do corpo ou em objetos comuns. Por exemplo, a "polegada" era originalmente a largura do polegar de um homem adulto, enquanto a "vara" podia ser a altura de uma pessoa. Essa falta de padronização dificultou o comércio e a administração, criando a necessidade de um sistema mais uniforme à medida que o comércio entre diferentes regiões se expandisse.

## Renascimento e Modernidade

Com o Renascimento e o crescimento do comércio global, tornou-se claro que era necessário padronizar as unidades de medida para facilitar as trocas comerciais e o desenvolvimento científico. O Sistema Imperial Britânico, criado no século XVIII, foi um dos primeiros esforços nesse sentido, estabelecendo unidades como pés, polegadas, libras e galões. Entretanto, foi na França pós-Revolução Francesa que surgiu o Sistema Métrico, um sistema decimal que simplificava a profundidade e facilitava a sua aplicação em diferentes contextos. O metrô, por exemplo, foi definido como um décimo milionésimo da distância do Polo Norte ao Equador.

## Era Contemporânea

Hoje, o Sistema Internacional de Unidades (SI), que evoluiu a partir do Sistema Métrico, é o sistema de medidas mais amplamente utilizado no mundo. Ele inclui sete unidades básicas: metro (comprimento), quilograma (massa), segundo (tempo), ampère (corrente elétrica), kelvin (temperatura), mol (quantidade de substância) e candela (intensidade luminosa). Recentemente, algumas dessas unidades foram redefinidas com base em constantes físicas universais, como a constante de Planck, garantindo ainda mais precisão.

| Grandeza | Unidade | Símbolo | Definição moderna |
|---|---|---|---|
| **Comprimento** | metro | $m$ | O metro é definido como o espaço percorrido pela luz (no vácuo) em uma fração de $\frac{1}{299\,792\,458}$ $s$. |
| **Tempo** | segundo | $s$ | O segundo equivale a $9\,192\,631\,770$ transições hiperfinas de energia de um átomo de Césio. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Massa** | quilograma | $kg$ | Atualmente o quilograma passou a ser baseado na constante de Planck, igual a $6{,}62607015 \cdot 10^{-34}\ J.s$. |
| **Corrente elétrica** | ampére | $A$ | O ampére é igual à passagem de $1{,}602176634 \cdot 10^{19}$ cargas elementares por segundo e corresponde à corrente que produz uma força de $2 \cdot 10^{-7}\ N$ entre dois fios condutores paralelos, espaçados em $1\ m$. |
| **Temperatura termodinâmica** | kelvin | $K$ | Recentemente, a temperatura termodinâmica passou a ser medida em termos da constante de Boltzmann, de módulo igual a $1{,}380649 \cdot 10^{23}\ J.s$. Antigamente, era relacionada com o ponto triplo da água. |
| **Quantidade de matéria** | mol | $mol$ | O mol é definido em termos do número de Avogadro, que define como $6{,}02214076 \cdot 10^{23}$ o número de partículas contidas em um mol. |
| **Intensidade luminosa** | candela | $cd$ | A intensidade luminosa é baseada em uma frequência monocromática de luz igual a $540.10^{12}$ Hz. |

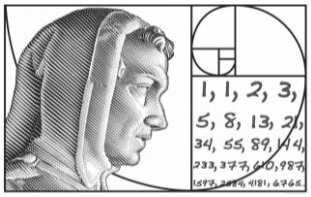
**Observação:** O BIPM (*Bureau International del Poids et Mesures – Escritório Internacional de Pesos e Medidas)* é responsável por estabelecer essas unidades de medida em âmbito mundial.

**Observação:** No Brasil, o Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia, ou Inmetro, é responsável por verificar se essas medidas estão sendo corretamente utilizadas.

A padronização das unidades de medida tem sido crucial para o avanço da ciência, tecnologia, comércio e indústria. Um sistema universal permite que cientistas e engenheiros de diferentes países e culturas possam trabalhar juntos, trocar informações e desenvolver tecnologias com soluções. Sem um sistema de medidas confiável e universal, o progresso que conhecemos hoje, em áreas como medicina, engenharia, e até mesmo no dia a dia, não seria possível.

## Atividades

1. Como a falta de padronização das unidades de medida na Idade Média impactou o comércio e as trocas entre diferentes regiões?
2. Quais são as sete unidades básicas do Sistema Internacional de Unidades (SI), e por que elas são importantes?
3. O que é unidade de medida? Quem é responsável por estabelecer as unidades de medida em âmbito mundial?
4. No Brasil existe um Instituto que verifica se as unidades de medidas estão sendo utilizadas corretamente? Se existe, qual é o nome desse Instituto?




# AULA 119

## UNIDADES DE MEDIDAS QUE NÃO PERTENCEM AO SISTEMA MÉTRICO

Nesta aula, estudaremos as unidades de medidas que não pertencem ao sistema métrico.

Os povos egípcios, sumérios, assírios, romanos e os ingleses não utilizavam as unidades do sistema métrico para medir o comprimento e a largura de objetos pequenos e longas distâncias.

Esses povos utilizavam partes do seu corpo como unidade, entre tais partes estão: o pé, a mão, o braço e os dedos.

## EGÍPCIOS

Os egípcios usavam uma unidade de medida de comprimento chamada cúbito.

**Definição:** O cúbito era medido através da distância do cotovelo à ponta do dedo médio.

Como as pessoas tinham tamanhos diferentes, o cúbito variava de uma pessoa para outra. Para evitar confusão, os egípcios fixaram um cúbito-padrão construído em barras de pedra ou de madeira que era equivalente a $52{,}4\ cm$.

Cúbito egípcio

Mas para medir grandes extensões, o uso desse cúbito-padrão não era cômodo, pois a sua medida era pequena e, com isso, eram necessários muitos cúbitos. Por causa disso, os egípcios passaram, então, a usar cordas que continham nós espalhados a intervalos iguais, e cada intervalo entre dois nós correspondia a $10\ cúbitos$.

Ao longo da história, outros povos utilizaram o cúbito, mas com medidas diferentes, como, por exemplo, os sumérios e os assírios. O cúbito-padrão dos sumérios media $49{,}5\ cm$, e o cúbito-padrão dos assírios media $54{,}9\ cm$.

## Romanos

Para os romanos, a unidade padrão de comprimento era o pé, que correspondia a, aproximadamente, $30\ cm$, como podemos ver a seguir:

$$1\ pé = 29{,}6\ cm$$

Além da unidade pé, os romanos também tinham as unidades passada dupla e a milha romana. A passada dupla correspondia a 5 pés e a milha romana correspondia a mil passadas duplas.

$$passada\ dupla = 5\ pés = 148\ cm = 1{,}48\ m$$

$$1\ milha\ romana = 1480\ m$$

**Observação:** A milha romana era chamada de "*milia passuum*," que literalmente significa "mil passos".

**Observação:** A milha romana era amplamente usada para medir distâncias em estradas e para fins militares, especialmente nas vias romanas.

**Observação:** A milha romana é a precursora da milha moderna, embora a milha moderna seja um pouco mais longa, com aproximadamente $1609\ m$.

## Ingleses

As unidades de medida de comprimento dos ingleses, desenvolvidas ao longo dos séculos, formam o coração do Sistema Imperial, um conjunto de medidas que ainda é amplamente reconhecido, especialmente em países como os Estados Unidos e em contextos tradicionais no Reino Unido.

A menor dessas unidades é a **polegada** ($inch$), equivalente a aproximadamente $2{,}54\ cm$.

$$1\ polegada = 1\ inch = 2{,}54\ cm$$

Originalmente, a polegada era definida como a largura de três grãos de cevada secos colocados lado a lado, refletindo a relação íntima entre as medidas e os recursos naturais disponíveis.

Um agrupamento de $12\ polegadas$ forma um **pé** ($foot$), que equivale a aproximadamente $30{,}48\ cm$. O pé, uma das unidades mais intuitivas, baseava-se no

comprimento do pé humano, sendo uma medida comum em construções e trabalhos manuais.

$$12\ polegadas = 1\ pé = 1\ foot = 30{,}48\ cm$$

Acima do pé, temos a **jarda** ($yard$), que é composta por $3\ pés$, ou seja, $36\ polegadas$, e corresponde a cerca de $91{,}44\ cm$. A jarda foi amplamente utilizada para medir terrenos e tecidos, sendo uma unidade central no comércio de produtos como lã e linho.

$$1\ jarda = 1\ yard = 3\ pés = 36\ polegadas = 91{,}44\ cm = 0{,}9144\ m$$

**Observação:** a jarda inglesa foi definida como a distância entre a ponta do nariz do rei Henrique I até a ponta do seu dedo polegar, com o braço esticado.

Além dessas unidades, o sistema inglês também inclui a **braça** ($fathom$), que mede cerca de $1{,}83\ m$ (ou $6\ pés$). A braça era tradicionalmente utilizada na navegação, para medir a profundidade das águas, um aspecto vital para a segurança marítima.

$$1\ braça = 1\ fathom = 6\ pés = 1{,}83\ m$$

Outro componente do sistema de medidas inglês é a **cadeia** ($chain$), que equivale a $66\ pés$ ou aproximadamente $20{,}12\ m$. Era uma unidade essencial na agrimensura, especialmente na medição de terrenos agrícolas. Um conjunto de $10\ cadeias$ forma o $furlong$, uma unidade de aproximadamente $201\ m$, utilizada em corridas de cavalos e na agricultura.

$$1\ cadeia = 1\ chain = 66\ pés = 20{,}12\ m$$

$$10\ cadeias = 1\ furlong = 201{,}2\ m$$

Por fim, a **milha** ($mile$), uma das unidades mais conhecidas, equivale a $1609{,}34\ m$, ou $5280\ pés$. A milha foi originalmente definida como $1000$ *passus romanos*, mas com o passar do tempo passou para o valor medido na Inglaterra.

$$1\ milha = 1\ mile = 1760\ yd = 5280\ pés = 1609{,}3\ m$$

**Observação:** Outra unidade de medida que não pertence mais ao sistema métrico é a légua.

$$1\ légua = 1\ lea = 5555\ m$$

## ATIVIDADES

**1.** Dê o valor das medidas abaixo em metros:

**a)** polegada

**b)** milha

**c)** légua

**d)** pé

**d)** jarda

**2.** No jornal, você leu que a distância entre duas cidades, nos Estados Unidos, é de $74\ milhas$. Se a milha vale $1609\ m$, aproximadamente, qual é a distância entre essas duas cidades?

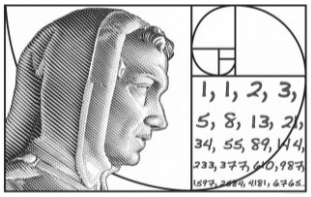
**3.** Usando o meu passo e o meu pé como unidades de medida, medi o comprimento de um móvel e achei $1\ passo$ e $2\ pés$. Verifiquei, depois, que o comprimento do meu passo corresponde a 56 cm e o do meu pé a $24\ cm$. Qual é o comprimento do móvel?

**4.** O trovão e o relâmpago ocorrem ao mesmo tempo. O som tem velocidade de $340\ m/s$ e a luz se propaga quase instantaneamente. Se ouvimos o trovão $5\ s$ após termos visto o relâmpago, este se originou a que distância?

**5.** No jornal, você leu que a distância entre duas cidades, nos Estados Unidos, é de $85\ milhas$. Qual é a distância, em quilômetros, entre essas duas cidades?

**6.** Um cano tem $\frac{1}{2}$ (meia) polegada de diâmetro. Nessas condições, quantos centímetros esse cano tem de diâmetro? (Considere $1\ polegada = 25\ mm$.)

**7.** Nos Estados Unidos, a altura de uma pessoa é medida em pés e polegadas. Um pé corresponde a aproximadamente $30\ cm$, enquanto uma polegada corresponde a aproximadamente $2{,}5\ cm$. Qual é a altura aproximada, em metros, de uma pessoa que tem $5\ pés$ e $8\ polegadas$ de altura?




# AULA 123

## ÁREA DO RETÂNGULO

Nesta aula, estudaremos a área do retângulo.

Vejamos a definição matemática do quadrilátero retângulo.

**Definição:** Todo paralelogramo que possui um ângulo reto é um retângulo.

**Exemplos**:

**1.** Paralelogramo $ABCD$, com $\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$ e $\overline{DA} \,//\, \overline{BC}$, e $\hat{A} \equiv \hat{B} \equiv \hat{C} \equiv \hat{D} = 90^0$. Este paralelogramo é, em especial, um retângulo.

## ÁREA DO RETÂNGULO

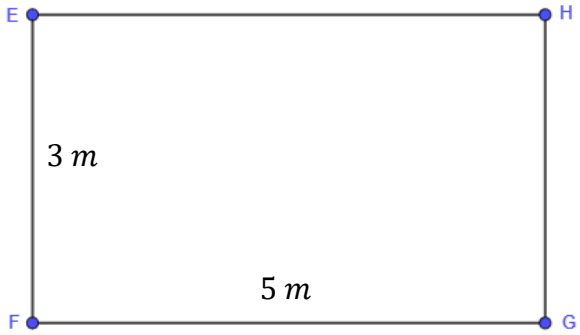
**Definição:** A área do retângulo é dada pelo produto entre o comprimento pela largura.

$$Área_{\,retângulo} = comprimento \cdot largura$$

**Observação:** No retângulo, o comprimento é a medida do lado maior e a largura é a medida do lado menor.

**Exemplos:**

**1.** Qual é a área de um retângulo de lados $3\ m$ e $5\ m$?




**Resolução:** Como a área de um retângulo é o produto entre comprimento e largura, então, temos que:

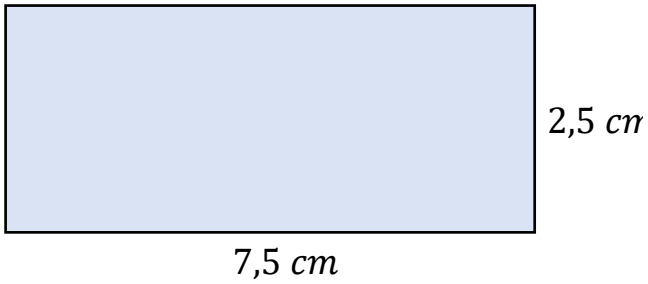
$$Área_{\,retângulo} = comprimento \cdot largura$$

$$Área_{\,retângulo} = 5\ m \cdot 3\ m$$

$$Área_{\,retângulo} = 15\ m^2$$

Portanto, a área do retângulo de lados $3\ m$ e $5\ m$ é $15\ m^2$.

**2.** Calcule a área do retângulo abaixo.




**Resolução:** Aplicando a fórmula para calcular a área do retângulo, temos que:

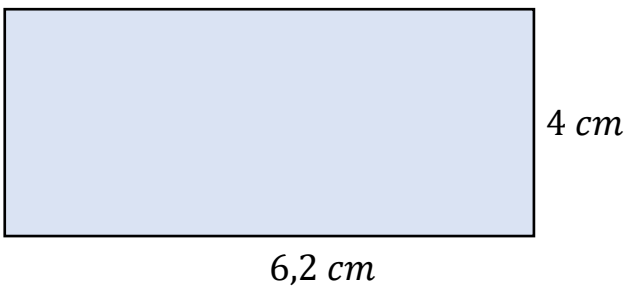
$$Área_{\,retângulo} = comprimento \cdot largura$$

$$Área_{\,retângulo} = 7{,}5\ cm \cdot 2{,}5\ cm$$

$$Área_{\,retângulo} = 18{,}75\ cm^2$$

Portanto, a área do retângulo é $18{,}75\ cm^2$.

**3.** Calcule a área do retângulo abaixo.




**Resolução:** Aplicando a fórmula para calcular a área do retângulo, temos que:

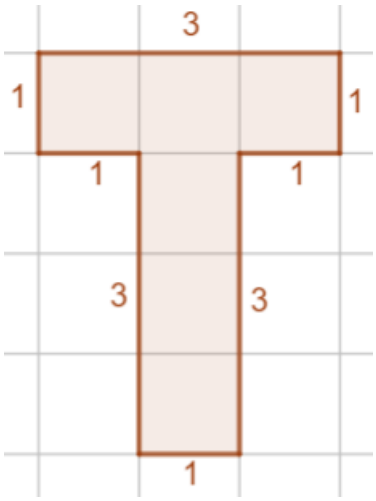
$$Área_{\,retângulo} = comprimento \cdot largura$$

$$Área_{\,retângulo} = 6{,}2\ cm \cdot 4\ cm$$

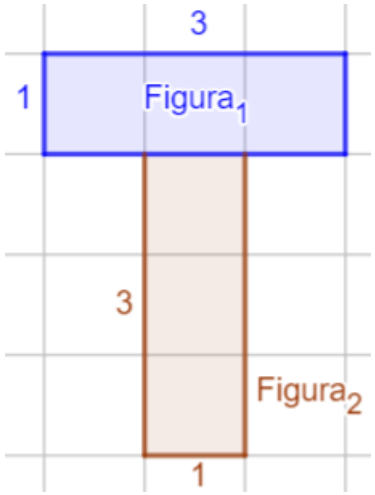
$$Área_{\,retângulo} = 24{,}8\ cm^2$$

Portanto, a área do retângulo é $24{,}8\ cm^2$.

**4.** Calcule a área da figura abaixo.




**Resolução:** Notem que podemos transformar a figura acima em duas figuras retangulares como mostra a figura a seguir:




Sabemos que a área total corresponde a soma das áreas das figuras $1$ e $2$, então, temos que:

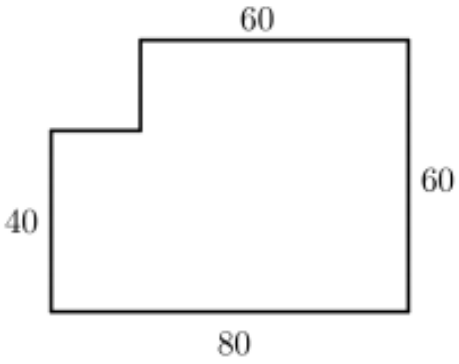
$$Área_{\,total} = Área_{\,figura\,1} + Área_{\,figura\,2} = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 3 + 3 = 6$$

## ATIVIDADES

**1.** Qual é a fórmula utilizada para calcular a área de um retângulo?

**2.** Supondo que um campo de futebol tenha $0{,}18\ km$ de comprimento e $0{,}06\ km$ de largura, determine sua área em metros quadrados.

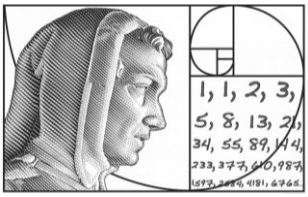
**3.** Deseja-se cercar o terreno representado na figura. Nesta figura, dois lados consecutivos são sempre perpendiculares e as medidas de alguns lados estão indicadas em metros. Quantos metros de cerca será preciso para cercar o terreno?




**4.** Uma parede tem $8\ m$ de comprimento por $2{,}75\ m$ de altura. Com uma lata de tinta é possível pintar $10\ m^2$ de parede. Quantas latas de tinta serão necessárias para pintar essa parede?

**5.** A área de lazer de um condomínio tem a forma retangular, e suas dimensões são $40\ m$ e $32\ m$. Nessa área foi construída uma quadra de basquete. Sabendo-se que as medidas oficiais de uma quadra de basquete são $20\ m$ por $12\ m$, qual é a área livre que restou?

**6.** Um campo de futebol tem $105\ m$ de comprimento e $70\ m$ de largura. Para gramar esse campo, foram compradas placas de grama. Cada placa pode cobrir uma área de $3{,}50\ m^2$. Quantas placas de grama foram compradas para gramar o campo todo?



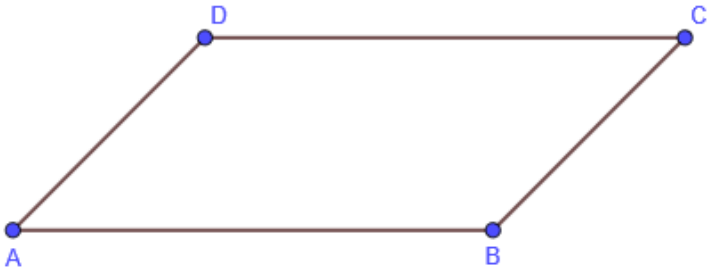

# AULA 125

## ÁREA DO PARALELOGRAMO

Nesta aula, estudaremos a área do paralelogramo.

Vejamos a definição matemática do quadrilátero paralelogramo.

**Definição:** todo quadrilátero que possui os lados opostos paralelos, é denominado paralelogramo.



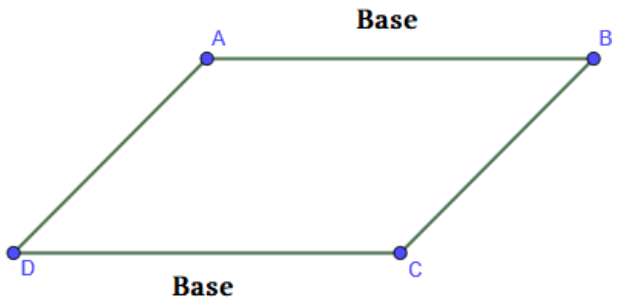

$Paralelogramo\ ABCD \rightarrow \overline{AB}//\overline{CD}$ e $\overline{DA}//\overline{BC}$

## ÁREA DO PARALELOGRAMO

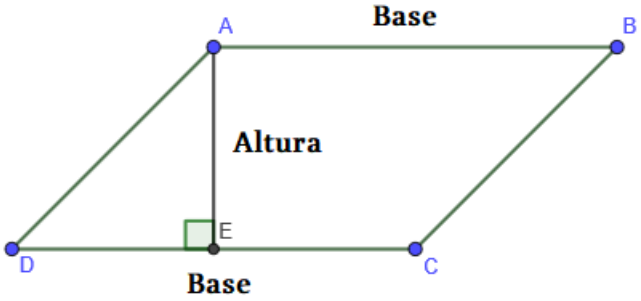
**Definição:** A área do paralelogramo é dada pelo produto entre a base e a altura.

$$Área_{\ paralelogramo} = base \cdot altura$$

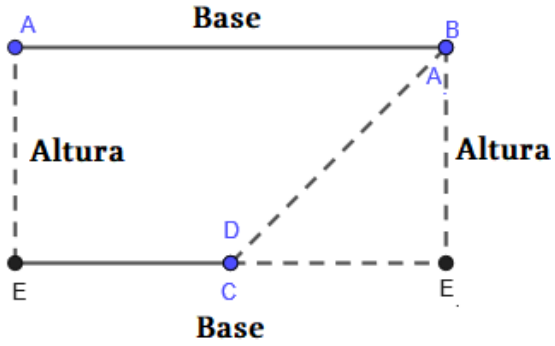
**Demonstração da área do losango:** Seja um paralelogramo qualquer $ABCD$ como mostra a figura a seguir.




Trace a altura relativa ao vértice $A$, com o auxílio da régua e do esquadro, como mostra a figura a seguir:

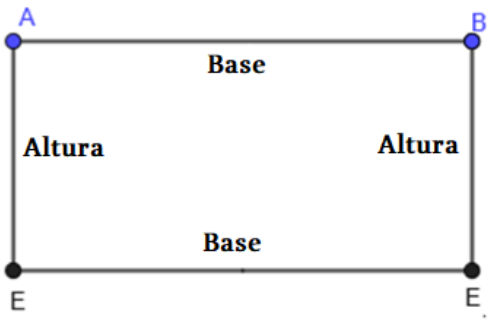



Dessa forma, temos um triângulo retângulo $\Delta AED$ e iremos realocá-lo na figura, de tal forma, que os lados $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$, que são paralelos, se encostem, coincidindo assim os vértices $D$ e $C$, $A$ e $B$, como mostra a figura a seguir:

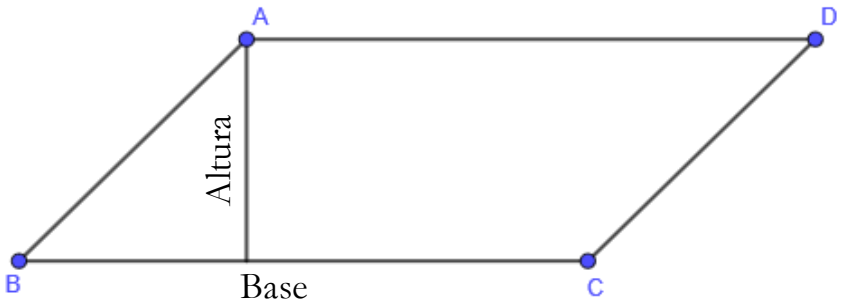



Notem que transformamos um paralelogramo em um retângulo apenas realocando um "pedaço" do paralelogramo. Desta forma, temos que a área do paralelogramo é a mesma que a do retângulo, como mostra a fórmula a seguir:

$$Área_{\,paralelogramo} = Área_{\,retângulo} = base \cdot altura$$




**Observação:** a área do paralelogramo é calculada da mesma forma que a área de um retângulo.



**Exemplos:**

**1.** Qual é a área de um paralelogramo cuja base mede $5\ cm$ e a altura mede $3\ cm$?

**Resolução:** Como a área de um paralelogramo é o produto entre a base e a altura, então, temos que:

$$Área_{\ paralelogramo} = base \cdot altura$$

$$Área_{\ paralelogramo} = 5\ cm \cdot 3\ cm$$

$$Área_{\ paralelogramo} = 15\ cm^2$$

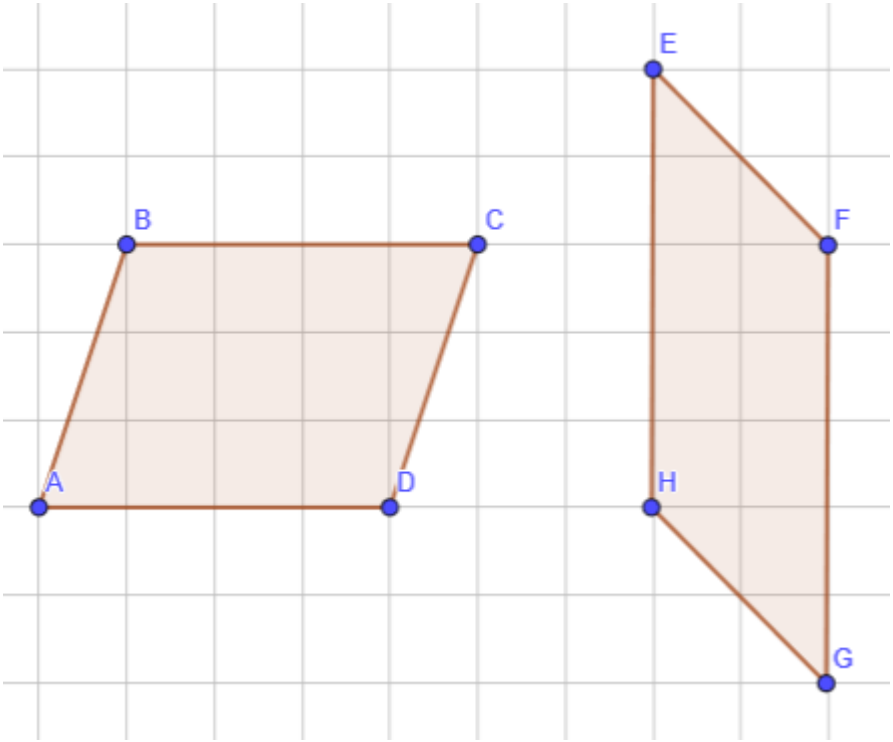
Portanto, a área do paralelogramo é $15\ cm^2$.

## ATIVIDADES

**1.** Dê a definição de um paralelogramo.

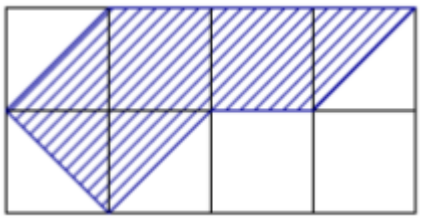
**2.** Enuncie a fórmula para a área de um paralelogramo e demonstre-a.

**3.** Calcule a área dos paralelogramos a seguir, considerando que o quadrado unitário tem $3\ cm$ de lado:

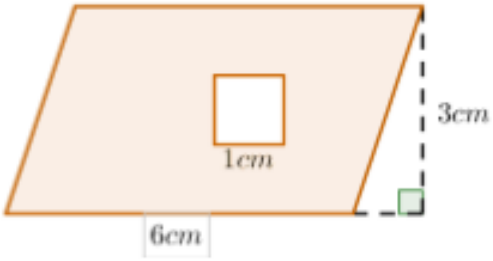


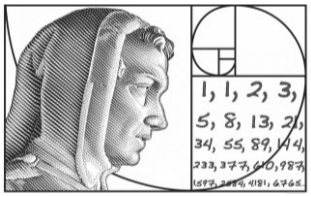

**4.** Em um paralelogramo, a base mede $10\ cm$. Sabendo que a medida da altura é a metade da medida da base, determine a área desse paralelogramo.

**5.** Na figura abaixo, temos um retângulo formado por oito quadrados de $4\ cm^2$ de área. Determine a área do hexágono hachurado.



**6.** A figura abaixo representa um paralelogramo e um quadrado. Determine a área da região sombreada.






# AULA 132

## OPERAÇÕES ENVOLVENDO UNIDADES DE MEDIDAS DE MASSA

*Nesta aula, estudaremos as operações de adição e multiplicação envolvendo as unidades de medidas de massa.*

## ADIÇÃO ENTRE UNIDADE DE MEDIDAS DE MASSA

**Definição:** A soma de duas ou mais unidades de medidas de massa, ocorre quando todas as medidas estão na mesma unidade.

Em outras palavras, podemos dizer que só somamos unidades de medidas de massa quando estiverem na mesma unidade. Sendo assim, se nos deparamos com unidades de medidas de massas diferentes, devemos primeiro transformar uma dessas unidades na outra, para depois somarmos os valores.

**Exemplos:**

**3.** Some as medidas $2\ g$ e $135\ cg$.

**Resolução:** Note que as medidas estão em unidades diferentes, isto é, uma medida é em grama e a outra é em centigrama.

Transformando a unidade de centigrama em grama, temos que:

$$135\ cg = 1{,}35\ g$$

Agora, podemos somar as medidas. Então, temos que:

$$2\ g + 1{,}35\ g = 3{,}35\ g$$

Portanto, a soma das medidas $2\ g$ e $135\ cg$ corresponde a $3{,}35\ g$.

**4.** João pesava exatamente $14{,}6\ kg$ com $4$ anos e aos $10$ anos constatou que havia aumentado $16\,200\ g$. Qual o peso de João com $10$ anos?

**Resolução:** Note que as medidas estão em unidades diferentes, isto é, uma medida é em quilograma e a outra é em grama.

Transformando a unidade de grama em quilograma, temos que:

$$16\,200\ g = 16{,}2\ kg$$

Agora, podemos somar as medidas. Então, temos que:

$$14{,}6\ kg + 16{,}2\ kg = 30{,}8\ kg$$

Portanto, o peso de João com $10$ anos é $30{,}08\ kg$.

## Subtração entre unidade de medidas de Massa

**Definição:** A subtração de duas unidades de medidas de massa, ocorre da mesma forma que a adição, ou seja, só podemos subtrair duas unidades de medidas de massa quando todas as medidas estão na mesma unidade.

**Exemplos:**

**2.** Calcule $5\ g - 425\ mg$.

**Resolução:** Note que as medidas estão em unidades diferentes, isto é, uma medida é em grama e a outra é em miligrama.

Transformando a unidade de miligrama em grama, temos que:

$$425\ mg = 0{,}425\ g$$

Agora, podemos realizar a operação de subtração. Então, temos que:

$$5\ g + 0{,}425\ g = 4{,}575\ g$$

Portanto, o resultado da subtração é $4{,}575\ g$.

## Produto entre uma unidade de medida e um fator

Quando multiplicamos uma unidade de medida de massa por um fator (um número), o produto resultante ainda é uma medida de massa, mas ampliada ou reduzida, de acordo com o fator aplicado.

**Exemplos:**

**3.** Se você tem $5\ l$ e multiplica por $2$, o resultado é $10\ l$.

$$5\ l \cdot 2 = 10\ l$$

**4.** Se você tem $3\ cl$ e multiplica por $0{,}5$, o resultado é $1{,}5\ cl$.

$$3\ cl \cdot 0{,}5 = 1{,}5\ cl$$

# DIVISÃO ENTRE UMA UNIDADE DE MEDIDA E UM DIVISOR

Quando dividimos uma unidade de medida de capacidade por um divisor (um número), estamos reduzindo a medida original, distribuindo-a em partes menores. O resultado ainda é uma medida de capacidade, mas proporcionalmente menor em relação ao valor original.

**Exemplos:**

**3.** Se você tem $10\ l$ e divide por $2$, o resultado é $5\ l$.

$$10\ l : 2 = 5\ l$$

**4.** Se você tem $8\ cl$ e divide por $4$, o resultado é $2\ cl$.

$$8\ cl : 4 = 2\ cl$$

## ATIVIDADES

**1.** Efetue as operações e dê o resultado em grama:

**a)** $42\ kg\ +\ 620\ g$

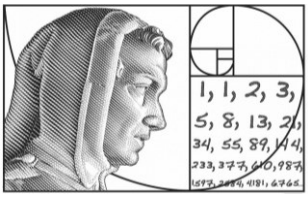
**b)** $5\ kg - 750\ g$

**c)** $8\ .\ 2{,}5\ kg$

**d)** $162\ cg\ :\ 3$

**2.** Um queijo tem $8{,}25\ kg$ e foi cortado em pedaços iguais. Cada pedaço tem 750 g. Quantos pedaços de queijo foram obtidos?

**3.** Vagner vende espetinhos, e um dos espetinhos que mais têm saída é o de contrafilé. Para realizar a sua produção, ele comprou $9\ kg$ de contrafilé. Sabendo que cada espetinho possui $12\ dag$ de carne, quantos espetos ele conseguirá produzir com essa quantidade de carne?



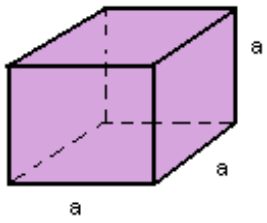

# AULA 136

## VOLUME DO CUBO

*Nesta aula, estudaremos o cubo de forma geral, com o objetivo principal de apresentar seu volume.*

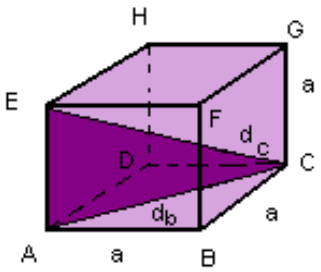
**Definição:** um paralelepípedo retângulo com todas as arestas congruentes ($a = b = c$) recebe o nome de **cubo**. Dessa forma, as seis faces são **quadradas**.

Abaixo, temos a imagem de um cubo.




### DIAGONAIS DA BASE E DO CUBO

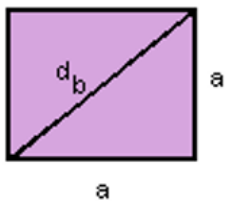
Considere a figura a seguir:




$d_c$= diagonal do cubo

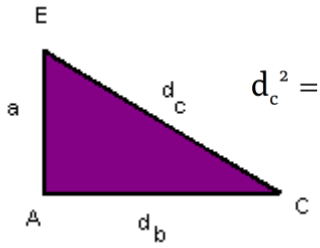
$d_b$= diagonal da base

Na base $ABCD$, temos:




$$d_b^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow d_b = a\sqrt{2}$$

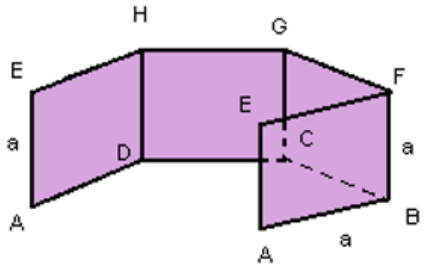
No triângulo $ACE$, temos:




$$d_c^2 = a^2 + d_b^2 = a^2 + 2a^2 = 3a^2 \Rightarrow d_c = a\sqrt{3}$$

## ÁREA LATERAL DO CUBO

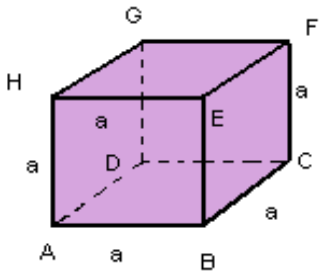
**Definição:** A área lateral $\mathbf{A_L}$ é dada pela área dos quadrados de lado **a**.




$$A_L = 4a^2$$

## ÁREA TOTAL DO CUBO

**Definição:** A área total $\mathbf{A_T}$ é dada pela área dos seis quadrados de lado **a.**




$$A_T = 6a^2$$

## VOLUME DO CUBO

O volume de um cubo de aresta a pode ser definido da seguinte forma:

**Definição:** o volume de um cubo é calculado por $V = a \cdot a \cdot a = a^3$

**Exemplos:**

**1.** Calcule o volume de um cubo, sabendo que a medida de seu lado é igual a $4\ cm$.

**Resolução:** Como a é a medida dos lados de um cubo, então $a = 4$. Logo,

$$V = a \cdot a \cdot a = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64cm^3$$

## ATIVIDADES

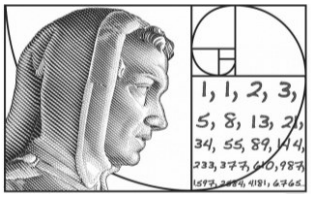
**1.** Calcule o volume de um cubo, sabendo que a medida de seu lado é igual a $7\ cm$.

**2.** Calcule o volume de um cubo, sabendo que a medida de seu lado é igual a $15\ cm$.

**3.** Calcule o volume de um cubo, sabendo que a medida de seu lado é igual a $40\ cm$.

**4.** Calcule o volume de um cubo, sabendo que a medida de seu lado é igual a $9\ m$.

**5.** Seis quadrados iguais com lado medindo $9\ cm$ são colados formando um cubo. Calcule o volume desse cubo.




# AULA 137

## VOLUME DO CILINDRO

*Nesta aula, estudaremos o volume do cilindro.*

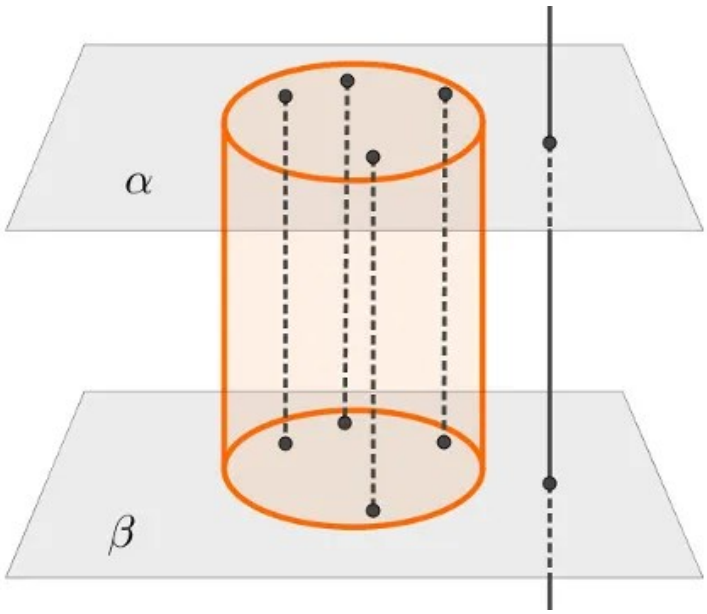
O cilindro é uma figura geométrica espacial, isto é, só pode ser definida no espaço tridimensional. Assim, podemos definir o cilindro da seguinte forma:

**Definição:** dados dois planos paralelos $\alpha$ e $\beta$, um círculo $C$ no plano $\alpha$ e uma reta $r$ secante a esses planos, um cilindro é o conjunto de segmentos paralelos a $r$ que possuem como extremidade o círculo $C$ no plano $\alpha$ e algum ponto do plano $\beta$.

**Observação:** Uma reta é secante a um plano quando ela toca o plano em apenas um ponto.

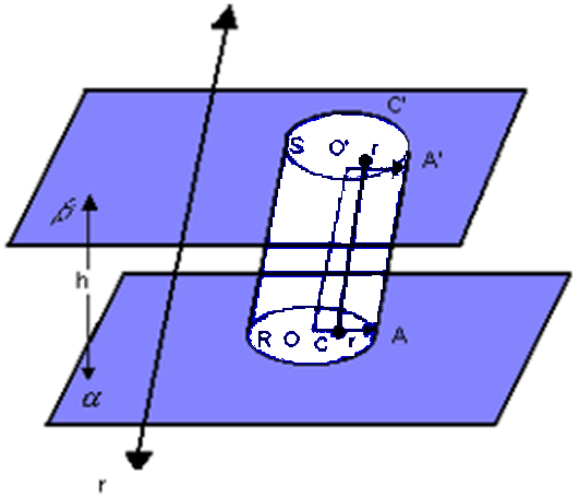
**Observação:** A diferença entre círculo e circunferência é que a circunferência é apenas a linha que delimita o círculo, enquanto o círculo é a região interna da circunferência e a própria linha.

O raio do cilindro é definido como raio do círculo $C$, e a altura do cilindro é definida como a distância entre os planos $\alpha$ e $\beta$.



## Elementos do cilindro

Dado o cilindro a seguir, consideramos os seguintes elementos: base, altura e geratriz.




**Bases:** os círculos de centro $O$ e $O'$ e raios $r$.

**Altura:** a distância $h$ entre os planos $\alpha$ e $\beta$.

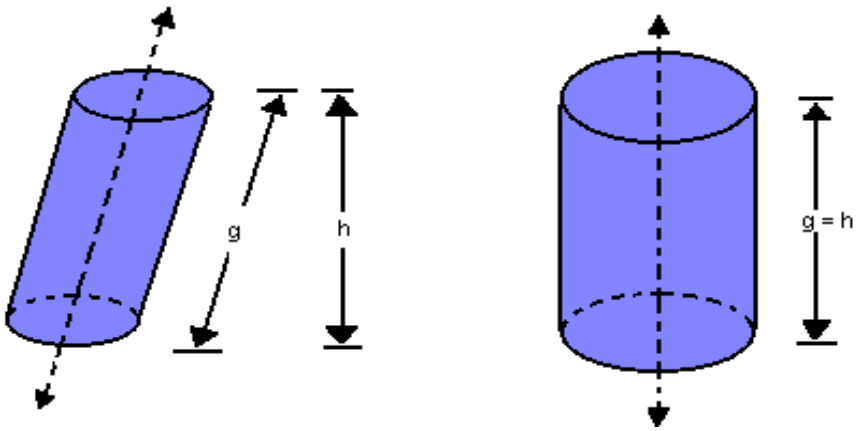
**Geratriz:** qualquer segmento de extremidades nos pontos das circunferências das bases (por exemplo, $\overline{AA'}$) e paralelo à reta $r$.

## Classificação do cilindro

Um cilindro pode ser classificado de duas formas: circular oblíquo e circular reto.

- **circular oblíquo:** quando as geratrizes são oblíquas às bases;
- **circular reto:** quando as geratrizes são perpendiculares às bases.

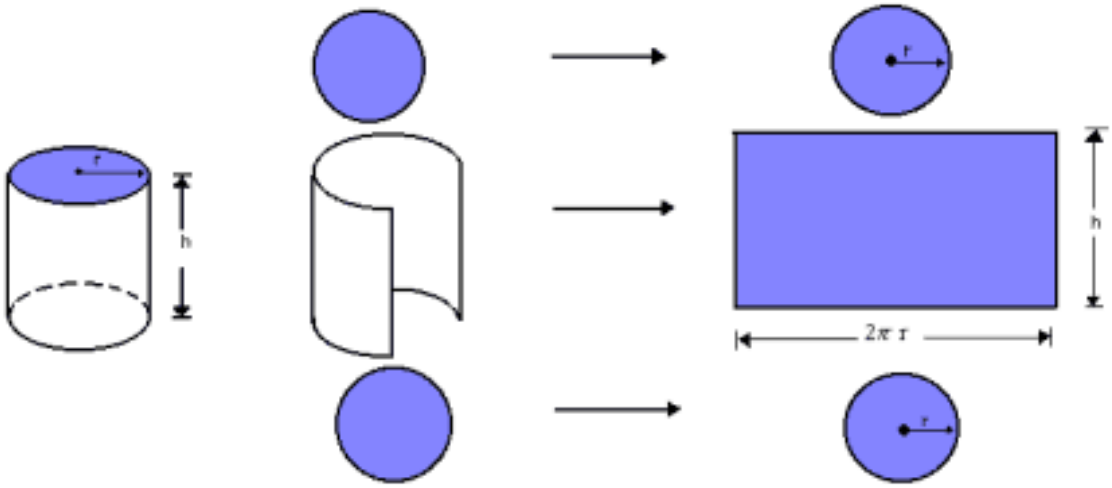
**Observação:** Retas oblíquas são retas concorrentes que se cruzam formando ângulos diferentes de 90º



# ÁREA DE UM CILINDRO

Em um cilindro, consideramos as seguintes áreas: área lateral, área da base e área total.

- **Área lateral:** Podemos observar a área lateral de um cilindro fazendo a sua planificação:




Assim, a área lateral do cilindro reto cuja altura é $h$ e cujos raios dos círculos das bases são $r$, é um retângulo de dimensões $2\pi r$ e $h$:

$$A_L = 2\pi rh$$

- **Área da base (AB):** área do círculo de raio r.

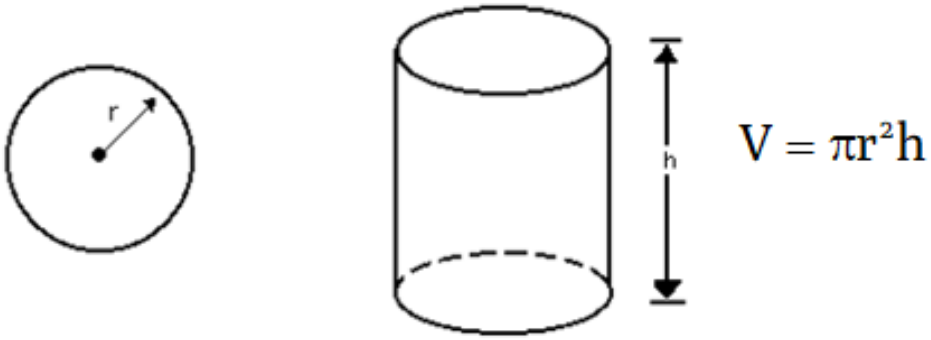
$$A_B = \pi r^2$$

- **Área total (AT):** soma da área lateral com as áreas das bases.

$$A_T = A_L + 2A_B = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r)$$

# VOLUME DE UM CILINDRO

O volume de um cilindro é $V = A_B \cdot h$ e, como a base de um cilindro é um círculo, então, temos que:



## Atividades

**1.** Quais são os elementos de um cilindro?

**2.** Defina um cilindro com palavras e com um desenho.

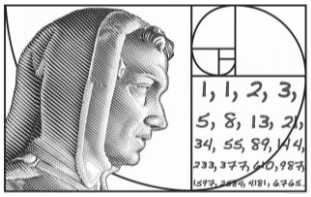
**3.** O cilindro pode ser classificado de duas formas. Escreva a diferença e faça dois desenhos representando as duas formas de classificação.

**4.** Um reservatório cilíndrico possui raio igual a 2 metros e altura de 10 metros. Qual é a quantidade de água que cabe nesse reservatório em $m^3$?

**5.** Calcule o volume de um cilindro cuja área da base seja de 5 $cm^2$ e tenha altura de 8 cm.

**6.** O raio do círculo da base mede $3\ cm$, e a altura mede $6\ cm$. Qual é o volume do cilindro, dado: $\pi = 3$?

**7.** Um clube adquiriu $2$ tanques de água com formato cilíndrico. Sabe-se que ambos os tanques medem $6\ m$ de altura. A base do primeiro tem $6\ m$ de diâmetro, e o segundo tem $2\ m$ de raio. Qual é o volume dos dois tanques?




# AULA 142

## AVALIAÇÃO

**1.** O dono de um hortifrúti fez um pedido com um total de $30\ kg$ de tomate. Por curiosidade, ele descobriu que a unidade de tomate pesa, em média, $80\ g$. Sabendo disso e supondo-se que cada tomate tenha $80\ g$, qual é a quantidade de tomates que há no pedido?

**2.** Um queijo tem $8{,}25\ kg$ e foi cortado em pedaços iguais. Cada pedaço tem $750\ g$. Quantos pedaços de queijo foram obtidos?

**3.** Efetue as operações e dê o resultado em grama:

**a)** $42\ kg\ +\ 620\ g$

**b)** $5\ kg - 750\ g$

**c)** $8\ .\ 2{,}5\ kg$

**d)** $162\ cg\ :\ 3$

**4.** Expresse na unidade de capacidade pedida:

**a)** $4.500\ ml$ em $l$

**b)** $354\ cl$ em $ml$

**c)** $2\ hl$ em $kl$

**d)** $8{,}7\ dm^3$ em $l$

**e)** $0{,}35\ m^3$ em $l$

**f)** $10\ cm^3$ em $l$

**5.** Calcule a área lateral, a área total e o volume de um bloco retangular com dimensões $60\ cm$, $30\ cm$ e $15\ cm$

**6.** Calcule o volume de um cubo, sabendo que a medida de seu lado é igual a $18\ cm$.

**7.** O volume interno de um reservatório de gasolina é de $7\ 500\ 000\ cm^3$. Quantos litros de gasolina cabem nesse reservatório?

**8.** A caixa-d'água de uma casa tem a forma de cubo, de aresta $1{,}2\ m$, e está totalmente cheia. Supondo que nessa casa o consumo diário de água seja de $432\ l$, aproximadamente, quantos dias serão necessários para esvaziar totalmente a caixa-d'água?

**9.** O volume de um reservatório é $30\ m^3$ e está totalmente cheio de água pura. Nessas condições, responda:

**a)** Qual é a capacidade, em litros, desse reservatório?

**b)** Quantos quilogramas de água há nesse reservatório?

**10.** Uma laje de concreto é um bloco retangular de $5\ m$ de comprimento por $3{,}2\ m$ de largura. Se a espessura da laje é de $25\ cm$, calcule:

**a)** o volume, em metros cúbicos, do concreto usado nessa laje;

**b)** a massa dessa laje considerando que $1\ dm^3$ de laje corresponde a $1{,}5\ kg$.