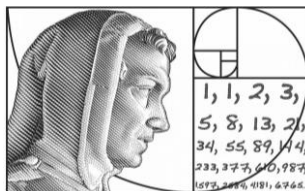

ENSINO FUNDAMENTAL – 7º ANO – MATEMÁTICA VOLUME 2

Apostila do 7º ano do Ensino Fundamental, escrita pelo Instituto São Carlos Borromeu. O conteúdo é indicado para estudo individual domiciliar, apoio escolar ou como material didático escolar.



MATEMÁTICA

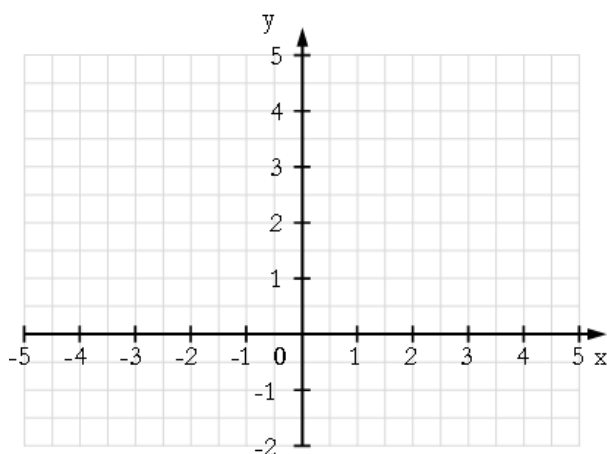


AULA 83

PLANO CARTESIANO

Nesta aula, estudaremos o plano cartesiano.

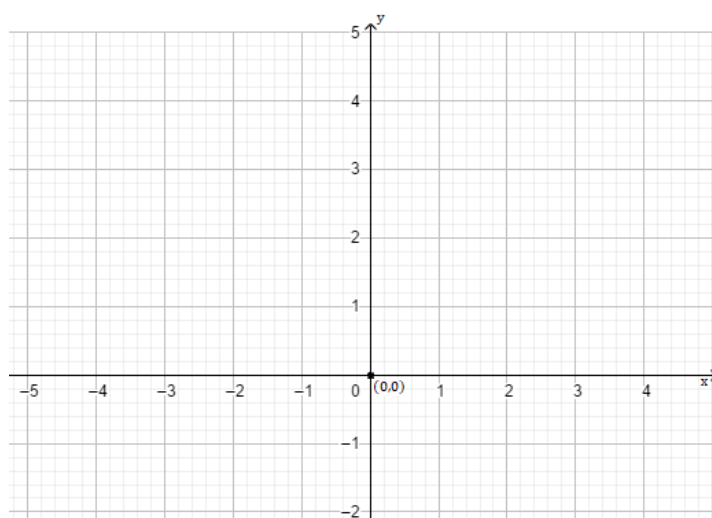
Definição: Plano Cartesiano é o plano formado por duas retas, x e y perpendiculares entre si.



Definição: O eixo x é a reta horizontal chamada de Eixo das Abscissas.

Definição: O eixo y é a reta vertical chamada de Eixo das Ordenadas.

Definição: O ponto em comum dessas duas retas é o ponto 0 , chamado de Origem.



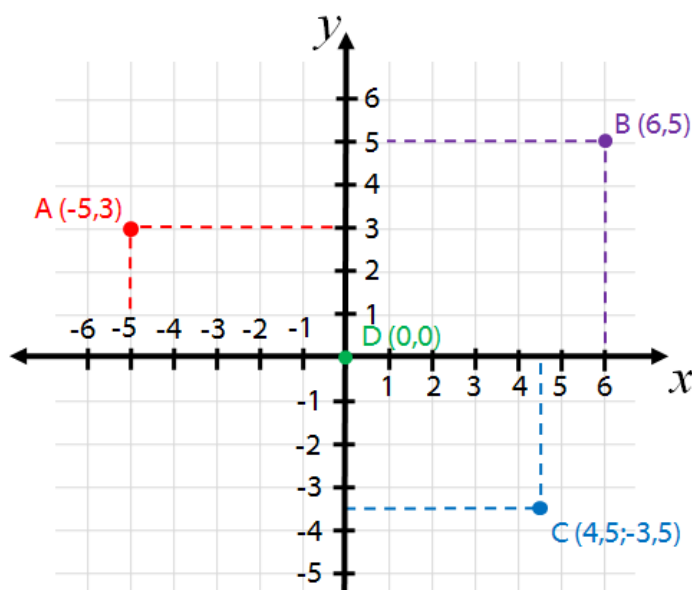
No plano cartesiano marcamos os pontos através de suas coordenadas, elas são dadas através de um par ordenado, onde o primeiro elemento do par ordenado refere-se à incógnita x e o segundo elemento refere-se à incógnita y , sendo representado por (x, y) .

Exemplos:

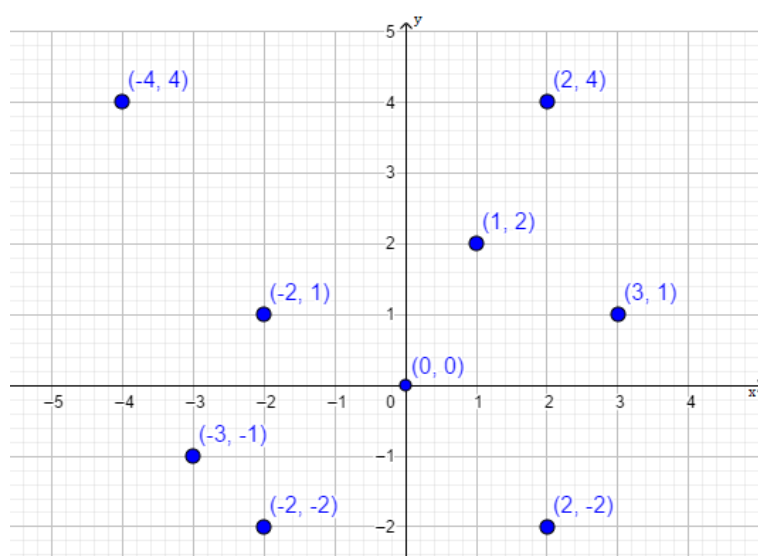
1. Seja $(3, 4)$ um par ordenado. Logo, $x = 3$ e $y = 4$.
2. Seja $(-5, 1)$ um par ordenado. Logo, $x = -5$ e $y = 1$.
3. Seja $(0, -2)$ um par ordenado. Logo, $x = 0$ e $y = -2$.
4. Seja $(-2, 0)$ um par ordenado. Logo, $x = -2$ e $y = 0$.

Exemplos:

1.

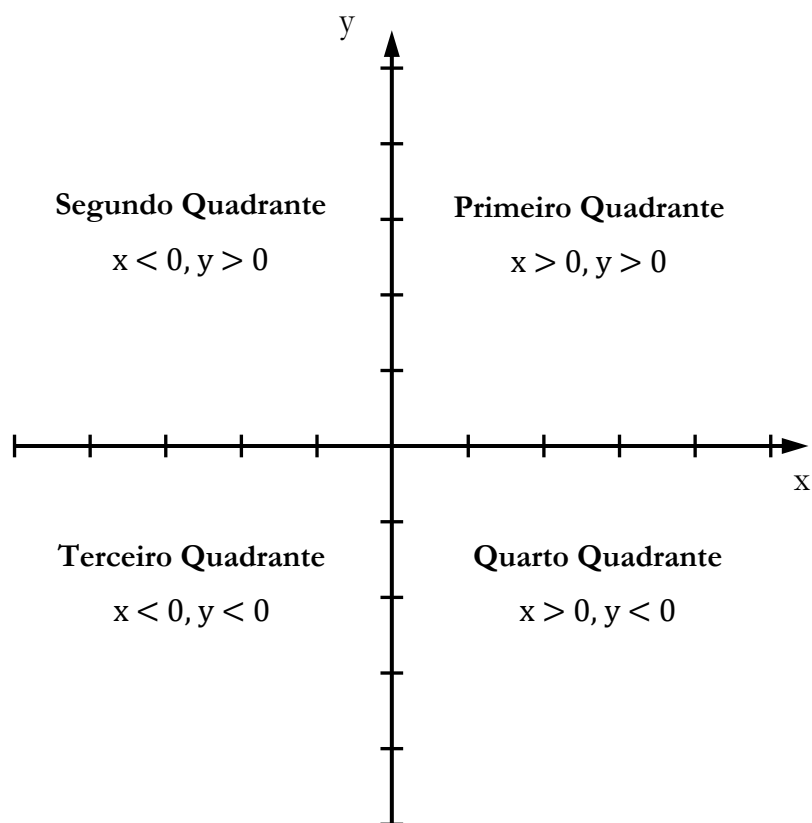


2.



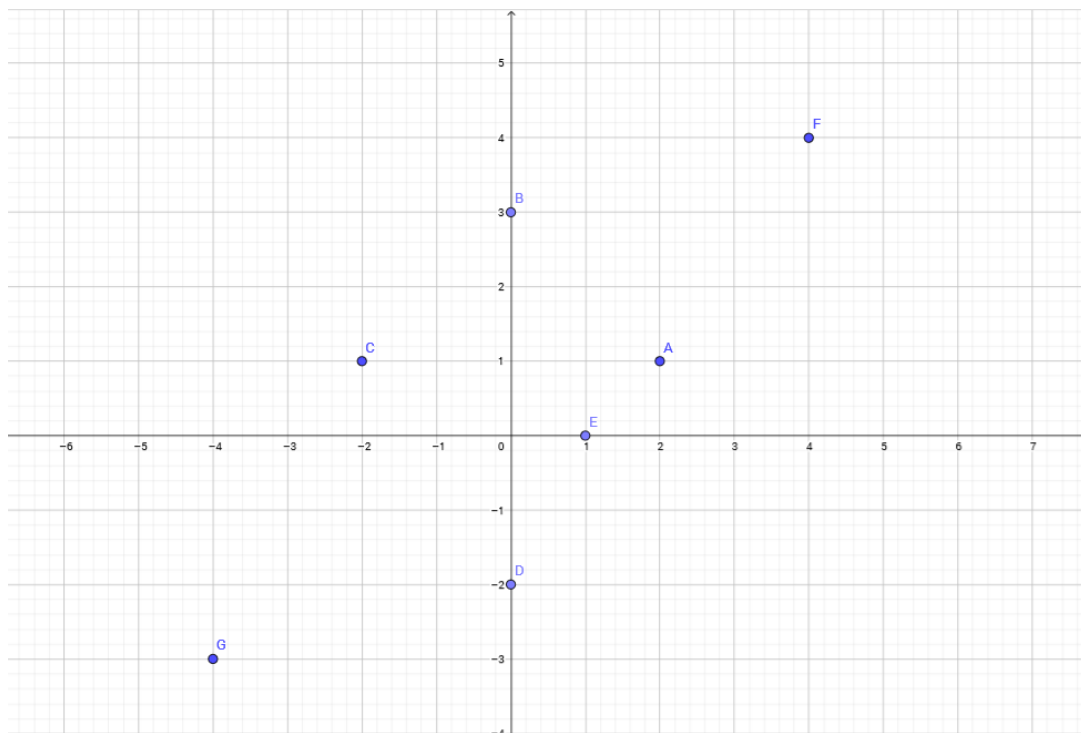
Definição: Os eixos x e y separam o plano cartesiano em quatro regiões que são chamadas quadrantes.

Os quadrantes recebem a seguinte ordem:



ATIVIDADES

1. Quais são os nomes dados ao eixo x e ao eixo y ?
2. Dados os pontos abaixo, indique quais são suas coordenadas:



3. Sem construir o plano cartesiano, analise os pontos a seguir e indique em que quadrante o ponto está localizado:

a) $A = (4, 2)$

c) $C = (-1, 4)$

b) $B = (5, -2)$

d) $D = (-4, -2)$

4. Em papel quadriculado, construa um plano cartesiano, com o eixo x de -10 a 10 , e o eixo y de -10 a 10 , e depois marque os seguintes pontos:

a) $A=(1, 2)$

f) $F=(-3, -5)$

b) $B=(2, 1)$

g) $G=(10, -10)$

c) $C=(-1, 2)$

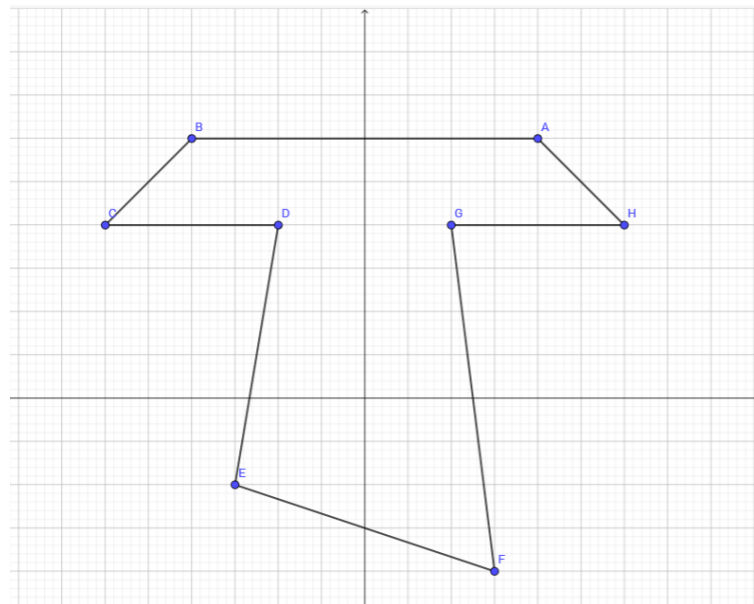
h) $H=(5/2, -1)$

d) $D=(-10, 0)$

i) $I=(-1, 5;7)$

e) $E=(0, 10)$

5. No livro de Ezequiel está escrito: “O Senhor disse: passa em meio à cidade, em meio a Jerusalém e marca um Tau na frente dos homens que suspiram e choram...” (Ez 9, 4). O tau é uma letra hebraica que se parece muito com uma cruz, e é muito utilizado pelos franciscanos. Um professor decidiu colocar alguns pontos num plano cartesiano de tal forma que a figura formada se parecesse com um tau:



Analisando a figura, indique:

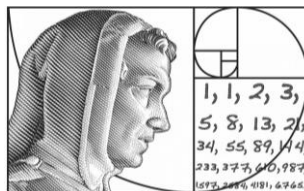
a) A coordenada dos pontos A, B, C, D, E, F, G, H .

b) Que ponto tem a maior ordenada?

c) Que ponto(s) possui(em) a mesma ordenada que H ?

d) Os pontos de ordenada positiva

e) Os pontos de abscissa negativa.



AULA 85

AMPLIAÇÃO



partir desta aula, estudaremos as transformações geométricas dos polígonos no plano cartesiano. Estudaremos três transformações geométricas: ampliação, redução e reflexão.

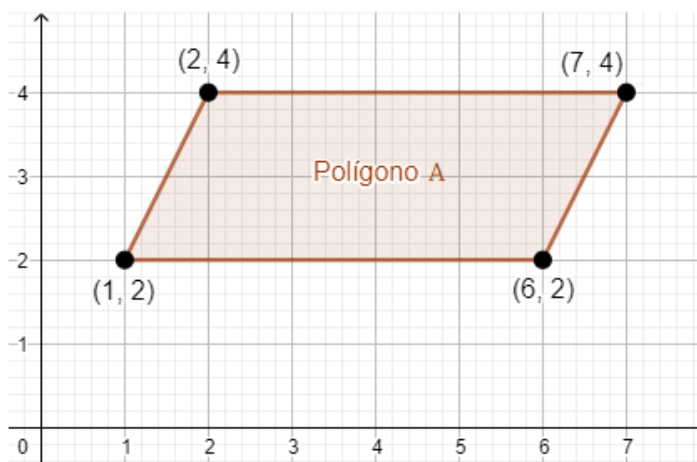
Nesta aula, estudaremos a primeira transformação geométrica, que é a ampliação de polígonos no plano cartesiano.

Para ampliarmos qualquer polígono, basta multiplicar as coordenadas dos pontos de um polígono por um mesmo número não nulo. Assim, obtemos um segundo polígono que é uma transformação no plano do primeiro polígono.

De forma prática, podemos multiplicar os vértices do polígono e traçar os respectivos lados.

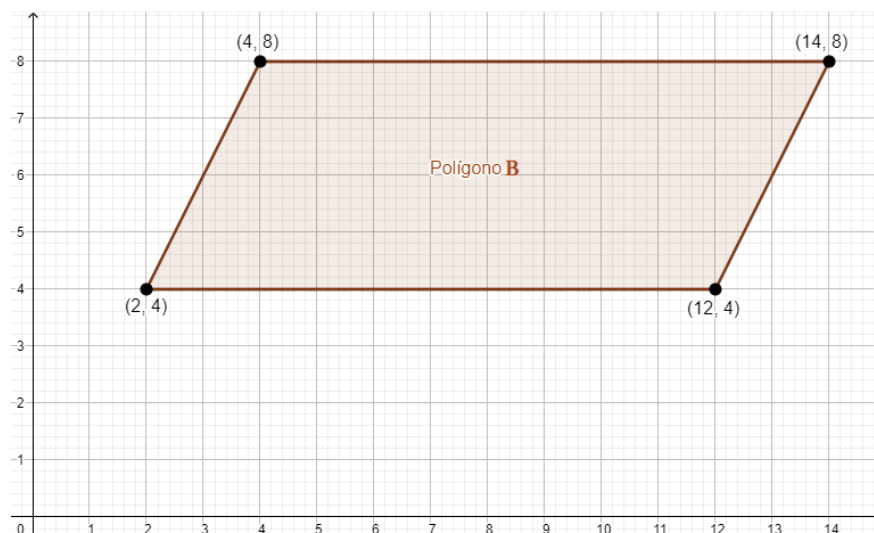
Exemplos:

1. Seja o polígono A com as coordenadas $(1, 2)$, $(6, 2)$, $(7, 4)$ e $(2, 4)$.



Para ampliarmos o Polígono A , basta multiplicar as coordenadas por um número natural não nulo. Para isso, ampliaremos a imagem do Polígono A duas vezes, isto é, multiplicaremos as coordenadas do vértice do Polígono A por 2.

Multiplicando por 2 as coordenadas dos vértices do Polígono A , obteremos os pontos $(2, 4)$, $(12, 4)$, $(14, 8)$ e $(4, 8)$. Assim, temos o seguinte polígono:

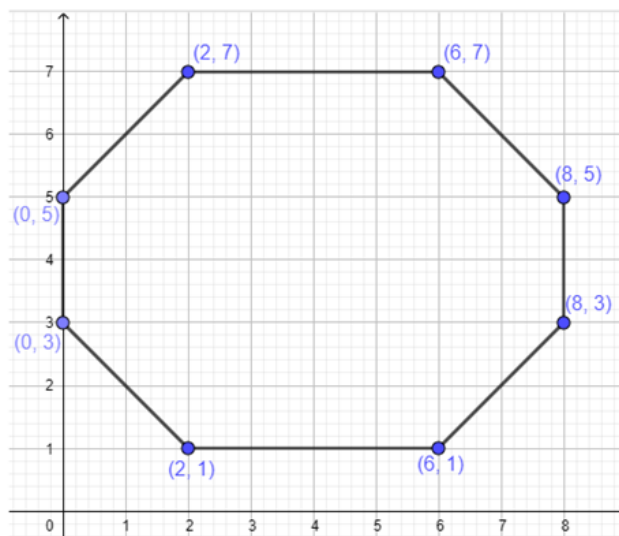


Observe que o Polígono *B* tem o mesmo formato que o Polígono *A*. A posição foi alterada e o tamanho foi aumentado sem sofrer deformações.

O Polígono *B* é uma **ampliação** de fator **2** do Polígono *A*, ou seja, os lados do Polígono *B* medem **2** vezes a medida dos lados correspondentes do Polígono *A*.

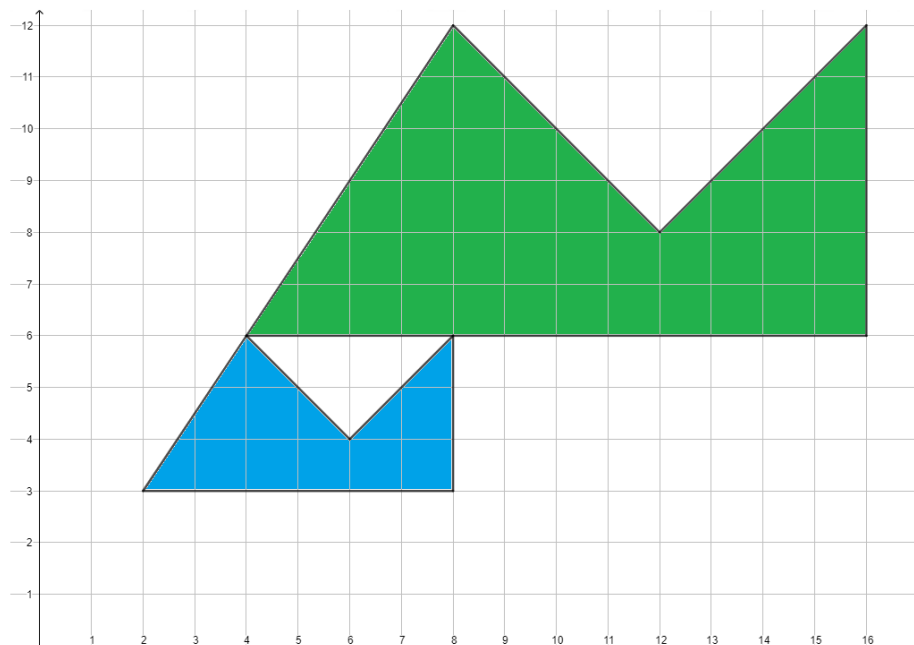
ATIVIDADES

1. Observe o polígono abaixo:

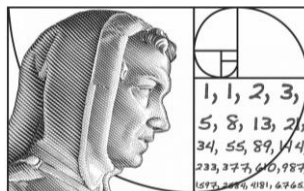


O que deve ser feito com as coordenadas dos pontos deste polígono para obter uma ampliação dele, de fator 2, no 4º quadrante? Quais serão as coordenadas dos vértices do polígono ampliado?

2. Considere os polígonos a seguir.



- a) Quais são as coordenadas dos vértices do polígono representado em azul?
 - b) Qual foi o fator da ampliação do menor para o maior polígono?
3. O que significa ampliar um polígono no plano cartesiano?



AULA 89

GRÁFICO DE SETORES



eta aula, estudaremos o gráfico de setores.

Definição: O gráfico de setores é uma importante ferramenta usada para análise de dados obtidos, e muito utilizado em pesquisas.

Este gráfico consiste em representar informações na forma de setor circular.

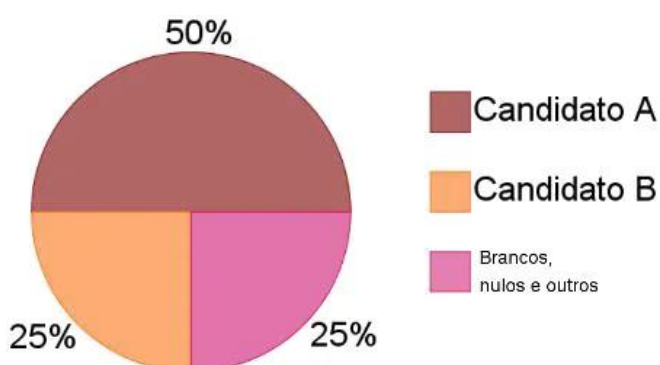
O tamanho dos setores indica o valor a que corresponde cada informação. Os setores são determinados por um ângulo cujo vértice está no centro do círculo, sendo, por isso, chamado ângulo central.

O tamanho dos setores é diretamente proporcional ao percentual correspondente de cada informação, e a soma dos ângulos centrais de todos os setores de um círculo é 360° , assim como a soma dos percentuais representados por cada setor é 100%.

O gráfico de setor é muito utilizado quando precisamos comparar um dos setores apresentados com o total.

Exemplos:

1. Em uma pesquisa eleitoral, o candidato *A* possui 50% das intenções de votos dos eleitores, e o candidato *B* possui 25%. Em um gráfico de setores, as intenções de voto do candidato *A* seriam representadas por um setor circular de 180° ; as intenções de voto do candidato *B* seriam representadas por um setor circular de 90° , e o último setor circular, usado para completar os 100%, seria relativo à soma dos votos brancos, nulos e de outros candidatos.



2. Gráfico de setores de preferência por modalidades esportiva.



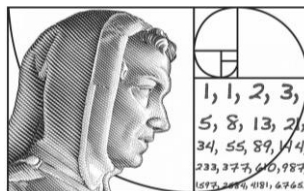
ATIVIDADES

1. O que é um gráfico de setor? Dê um exemplo.
2. Construa um círculo e divida-o por meio de dobraduras em um ângulo de 180° , um de 90° e dois de 45° . Assim, você formou 4 setores. Pinte cada um deles de uma cor diferente. Faça uma legenda indicando a cor que corresponde a cada ângulo.
3. No caderno, faça um quadro como este e complete-o.

Número de partes em que o círculo foi dividido	Medida do ângulo que cada parte representa	Percentual que cada setor representa
2	180°	50%
4		
8		
16		

Agora, com base no quadro que você construiu, que relação você pode observar entre o número de partes em que o círculo foi dividido, as medidas dos ângulos e o percentual que cada uma dessas partes representa?

4. No caderno, construa um gráfico de setores que traduza a seguinte situação: Maria e suas irmãs ganham por mês uma quantia de seus pais. Maria, que é mais velha, ganha o dobro de sua irmã Helena. As gêmeas Alice e Júlia, as caçulas, ganham, cada uma, metade da quantia que Helena ganha.



AULA 93

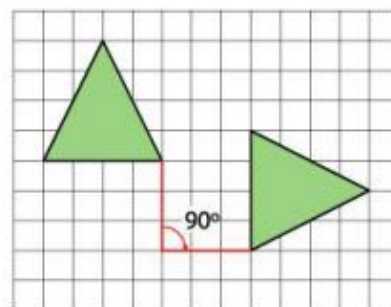
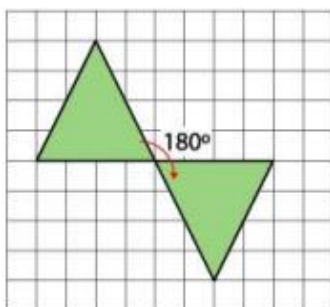
SIMETRIA DE ROTAÇÃO



esta aula, estudaremos simetria de rotação.

Definição: quando duas imagens podem ser sobrepostas e coincidem, embora não tenhamos simetria de reflexão, nem simetria de translação, dizemos que as duas figuras são **simétricas** e que há entre elas uma **simetria de rotação**.

Na **simetria de rotação**, obtemos a imagem de um objeto por meio de um giro em torno de um ponto fixo, chamado centro de rotação.



ATIVIDADES

1. Considere a figura ao lado e indique o ponto correspondente em cada um dos seguintes casos:

a) a imagem de B através de uma rotação de centro A e ângulo 270°

b) a imagem de B através de uma rotação de centro A e ângulo 180° .

c) a imagem de A através de uma rotação de centro B e ângulo 90° .

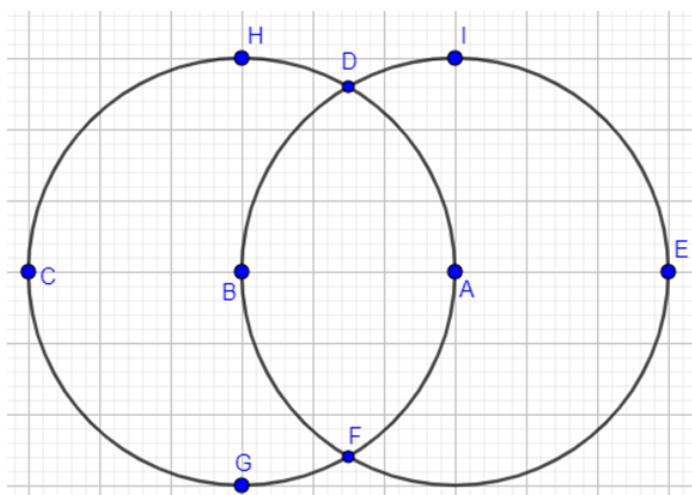
d) a imagem de D através de uma rotação de centro B e ângulo 120° .

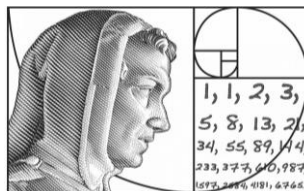
e) a imagem de C através de uma rotação de centro B e ângulo 90° .

f) a imagem de H através de uma rotação de centro B e ângulo 270° .

g) a imagem de F através de uma rotação de centro A e ângulo 300° .

2. Defina simetria de rotação.





AULA 100

ÂNGULOS COMPLEMENTARES E SUPLEMENTARES

Nesta aula, estudaremos os ângulos complementares e os ângulos suplementares.

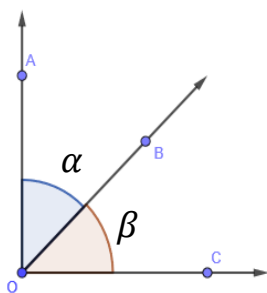
ÂNGULOS COMPLEMENTARES

Definição: dois ângulos α e β são ditos **complementares** se sua soma é 90° .

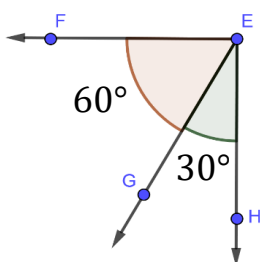
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

Exemplos:

1. Os ângulos que medem 20° e 70° são complementares porque $20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$.
2. Os ângulos que medem 89° e 1° são complementares porque $89^\circ + 1^\circ = 90^\circ$.
3. Os ângulos que medem 45° e 45° são complementares porque $45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$.



4. Os ângulos que medem 60° e 30° são complementares porque $60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$.



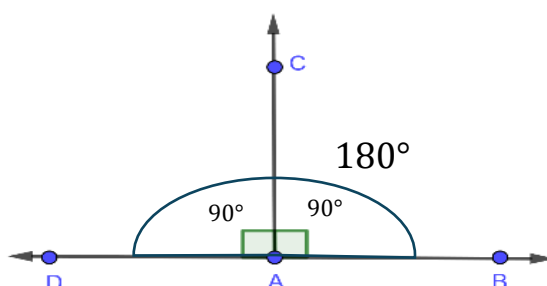
ÂNGULOS SUPLEMENTARES

Definição: dois ângulos α e β são ditos **suplementares** se sua soma é 180° .

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

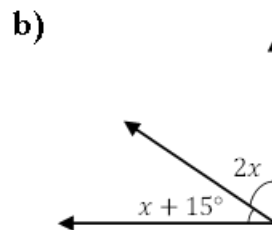
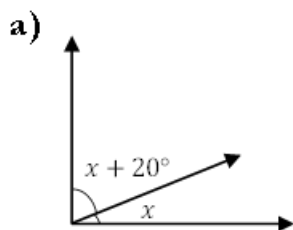
Exemplos:

1. Os ângulos que medem 100° e 80° são suplementares porque $100^\circ + 80^\circ = 180^\circ$.
2. Os ângulos que medem 15° e 165° são suplementares porque $15^\circ + 165^\circ = 180^\circ$.
3. Os ângulos que medem 90° e 90° são suplementares porque $90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.



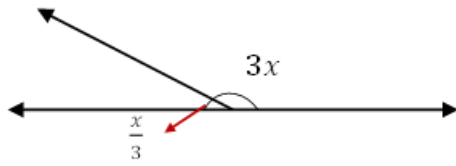
ATIVIDADES

1. Defina ângulos complementares e dê dois exemplos.
2. Defina ângulos suplementares e dê dois exemplos.
3. Encontre o valor dos ângulos:
 - a) Dois ângulos são complementares e um deles mede 30° .
 - b) Dois ângulos são complementares e um deles mede 63° .
 - c) Dois ângulos são complementares e um deles mede 42° .
 - d) Dois ângulos são suplementares e um deles mede 128° .
 - e) Dois ângulos são suplementares e um deles mede 153° .
 - f) Dois ângulos são suplementares e um deles mede 50° .
4. Calcule x sabendo que os ângulos são complementares:

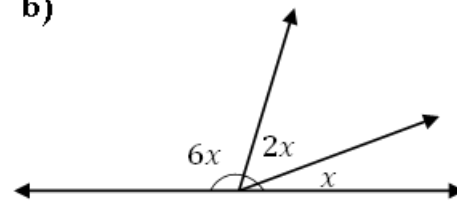


5. Calcule x , sabendo que os ângulos são suplementares:

a)

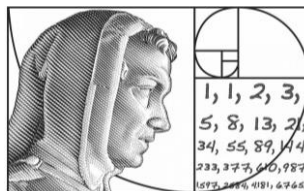


b)



6. Encontre a solução:

- a) Dois ângulos são complementares e congruentes. Quanto medem?
- b) Dois ângulos são suplementares e congruentes. Quanto medem?
- c) Quanto mede um ângulo cuja medida é a soma de um ângulo raso e um ângulo reto?
- d) Se dois ângulos são suplementares e um deles é agudo, o outro precisa ser, obrigatoriamente, ...?
- e) Se dois ângulos são suplementares e um deles é reto, o outro precisa ser, obrigatoriamente, ...?
- f) Entre dois ângulos complementares é possível que um deles seja obtuso?
- g) A diferença entre um ângulo raso e um ângulo reto resulta em um ângulo...?
- h) O dobro de um ângulo raso resulta em um ângulo...?



AULA 101

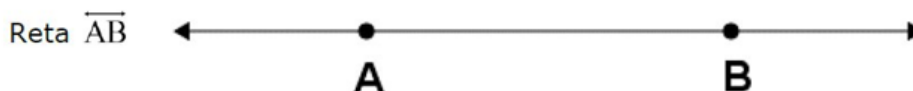
RETAS



esta aula, estudaremos a noção primitiva de reta.

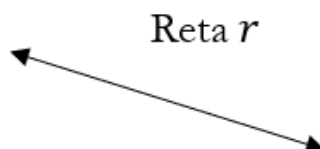
A palavra reta tem origem no termo latino RECTUS, que significa reto, direito. Na Matemática, definimos a reta da seguinte forma:

Definição: a reta é uma linha sem um ponto de origem e sem fim.



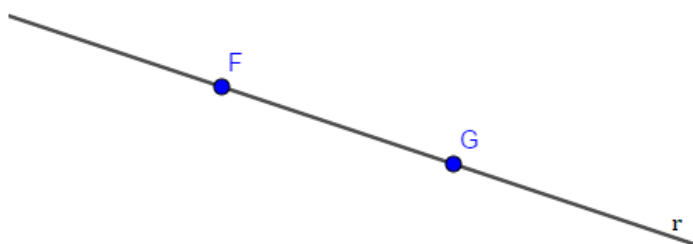
Pela definição, podemos comparar a reta com Deus, guardando as devidas proporções, pois Deus não tem origem nem fim, ou seja, ele é o Princípio e o Fim, o Alfa e o Ômega, como nós professamos no ato de fé.

As retas podem ser representadas graficamente por uma linha, sem pontos nas extremidades, ou por uma linha com setas nas extremidades e, além disso, utilizamos as letras minúsculas do alfabeto para nomear as retas.



Vamos relembrar um axioma estudado no ano passado.

Axioma: Por dois pontos passa uma única reta.



TIPOS DE RETA

Duas retas em um mesmo plano podem ser paralelas, concorrentes ou coincidentes.

RETAS PARALELAS

Definição: As **retas paralelas** são retas que não se cruzam, ou seja, não têm pontos em comum.

Exemplo:

1. As retas **a** e **b** abaixo são paralelas e podem ser indicadas como $a//b$.

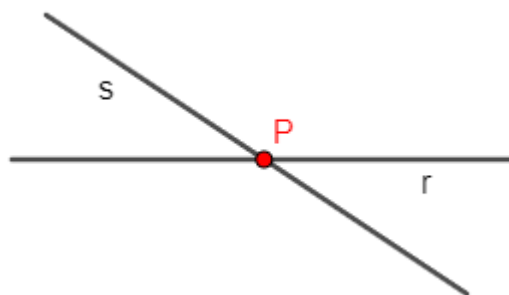


RETAS CONCORRENTES

Definição: As **retas concorrentes** são retas que se cruzam em um único ponto, ou seja, têm um ponto em comum.

Exemplo:

1. As retas **r** e **s** abaixo são concorrentes.



RETAS COINCIDENTES

Definição: As **retas coincidentes** são retas que possuem todos os pontos em comum, ou seja, elas ocupam o mesmo lugar no plano.

Exemplo:

1. As retas **c** e **d** abaixo são coincidentes.



ATIVIDADES

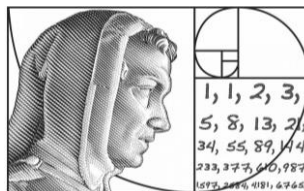
1. Quantas retas você pode traçar passando por um ponto de um plano?
2. Quantas retas você pode traçar passando por dois pontos distintos de um plano?

3. Se a intersecção de duas retas de um mesmo plano é vazia, como podem ser essas duas retas?

4. São dados três pontos A , B e C , não alinhados, de um plano. Quantas semirretas com origem em cada um desses pontos e passando por um dos outros pontos, podem ser traçadas?

5. Usando as palavras ponto, reta ou plano, escreva a ideia que você tem quando vê:

- a) uma estrela no céu
- b) um barbante bem esticado
- c) um campo de futebol
- d) uma porta de geladeira
- e) a marca de giz na lousa
- f) o encontro de duas paredes
- g) a superfície de um lago
- h) um furo de compasso na folha de papel
- i) esta folha da apostila de Matemática
- j) um fio bem esticado entre dois postes
- k) uma pequena mancha no chão
- l) a lousa da sala de aula



AULA 108

MEDIDAS DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM POLÍGONO REGULAR



esta aula, estudaremos as medidas dos ângulos internos de um polígono regular.

Definição: os **polígonos regulares** têm todos os ângulos com a mesma medida.

Por causa disso, podemos determinar a medida desses ângulos sem a necessidade de medir com um transferidor. Para isso, primeiramente, determinamos a soma das medidas dos ângulos internos (S_i) do polígono.

Para determinar essa soma, Decompomos o polígono em triângulos, uma vez que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo já é conhecida e igual a 180° , como mostra a definição abaixo.

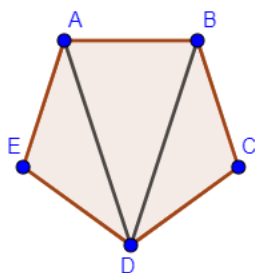
Definição: a soma dos ângulos internos de um triângulo resulta em 180° .

Para Decompormos os polígonos em triângulos, traçamos as diagonais que partem de um único vértice do polígono.

Exemplos:

1. Qual é a soma dos ângulos internos de um pentágono?

Resolução: Observe que, traçando duas diagonais, Decompomos um pentágono em três triângulos.



Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° , o valor da soma dos ângulos internos de um pentágono é 540° , pois $3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$.

Este procedimento pode ser utilizado para os demais polígonos convexos (regulares e não regulares).

Agora, determinaremos a medida dos ângulos internos de um polígono regular. Para isso, usaremos a próxima definição.

Definição: a medida dos ângulos internos de um polígono regular é a razão entre a soma dos ângulos internos do polígono regular pela quantidade de ângulos internos do polígono.

Exemplos:

1. Qual é a medida dos ângulos internos do hexágono regular?

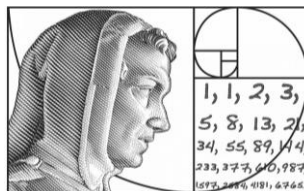
Resolução: Para o caso do hexágono, temos que a soma dos ângulos internos de um hexágono regular é 720° . Assim, chamando x à medida de um ângulo interno, temos:

$$x = \frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$$

Portanto, a medida de cada ângulo interno do hexágono regular é 120° .

ATIVIDADES

1. O que são polígonos regulares?
2. Qual é a soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono regular?
3. Qual é a soma das medidas dos ângulos internos de um retângulo?
4. Qual é a soma das medidas dos ângulos internos de um losango?
5. Qual é a soma das medidas dos ângulos internos de um octógono regular?
6. Qual é a medida de cada ângulo interno de um pentágono regular?
7. Qual é a medida de cada ângulo interno de um octógono regular?
8. Qual é a medida de cada ângulo interno de um heptágono regular?

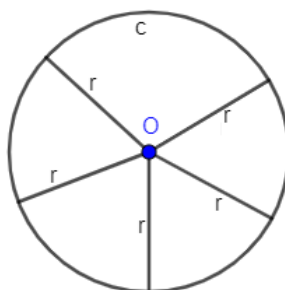


AULA 110

CIRCUNFERÊNCIA

Nesta aula, estudaremos a circunferência.

Definição: circunferência é a figura geométrica formada por todos os pontos de um plano que distam igualmente de um ponto fixo desse plano.



A circunferência c acima tem alguns pontos por destacar:

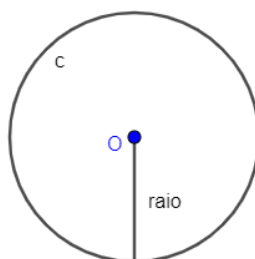
O ponto fixo O da figura é chamado **centro da circunferência**, e a distância constante é o **comprimento do raio**, indicado por r .

ELEMENTOS DA CIRCUNFERÊNCIA

Estudemos três elementos da circunferência: o raio, a corda e o diâmetro.

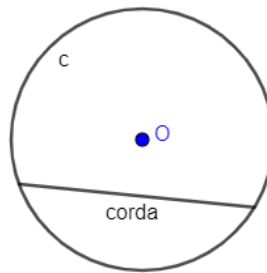
RAIO

Definição: Qualquer segmento que une o centro a um ponto da circunferência se chama **raio**.



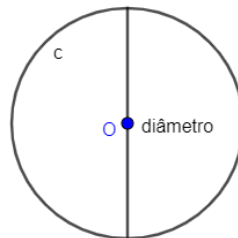
CORDA

Definição: Qualquer segmento que une dois pontos distintos da circunferência se chama **corda**.



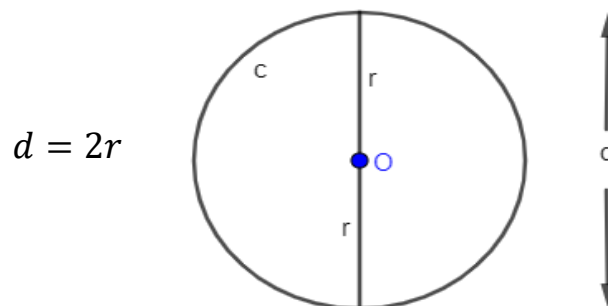
DIÂMETRO

Definição: A corda que passa pelo centro da circunferência chama-se **diâmetro**.



Observação: O diâmetro é a maior corda da circunferência.

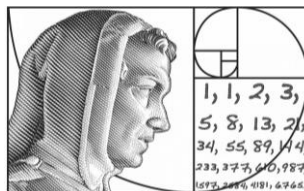
Note que a medida do **diâmetro** d é igual ao **dobro da medida** r do **raio**.



ATIVIDADES

1. Defina:

- a) Circunferência.
- b) Raio.
- c) Diâmetro.



AULA 116

ÁREA DO QUADRADO

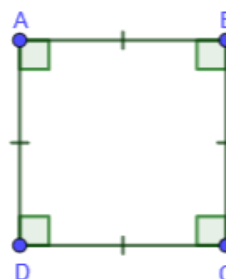


esta aula, estudaremos a área do quadrado.

Vejamos a definição matemática do quadrilátero quadrado.

Definição: todo paralelogramo que possua os quatro lados congruentes e ângulo reto é um quadrado.

$$\text{Quadrado } ABCD \rightarrow \begin{cases} \overline{AB} \equiv \overline{BC} \equiv \overline{CD} \equiv \overline{DA} \\ \hat{A} \equiv \hat{B} \equiv \hat{C} \equiv \hat{D} = 90^\circ \end{cases}$$



ÁREA DO QUADRADO

Definição: A área do quadrado é dada pelo produto entre os lados.

$$\text{Área}_{\text{quadrado}} = \text{lado} \cdot \text{lado} = \text{lado}^2$$

Exemplos:

1. Qual é a área de um quadrado de 16 *cm* de lado?

Resolução: Como a área de um quadrado é o produto entre os lados, então, temos que:

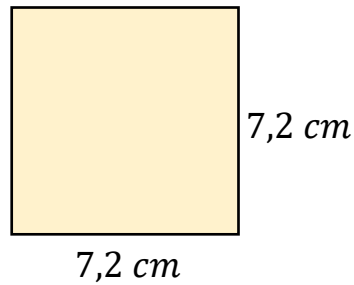
$$\text{Área}_{\text{quadrado}} = \text{lado} \cdot \text{lado}$$

$$\text{Área}_{\text{quadrado}} = 16 \text{ cm} \cdot 16 \text{ cm}$$

$$\text{Área}_{\text{quadrado}} = 256 \text{ cm}^2$$

Portanto, a área do quadrado de 16 *cm* de lado é 256 *cm*².

2. Calcule a área do quadrado abaixo.



Resolução: Aplicando a fórmula para calcular a área do quadrado, temos que:

$$\text{Área}_{\text{quadrado}} = \text{lado} \cdot \text{lado}$$

$$\text{Área}_{\text{quadrado}} = 7,2 \text{ cm} \cdot 7,2 \text{ cm}$$

$$\text{Área}_{\text{quadrado}} = 51,84 \text{ cm}^2$$

Portanto, a área do quadrado é $51,84 \text{ cm}^2$.

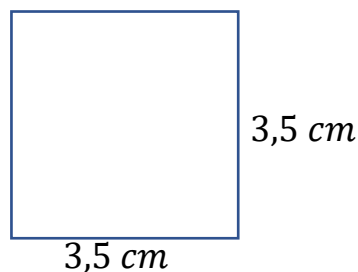
ATIVIDADES

1. Defina um quadrado.

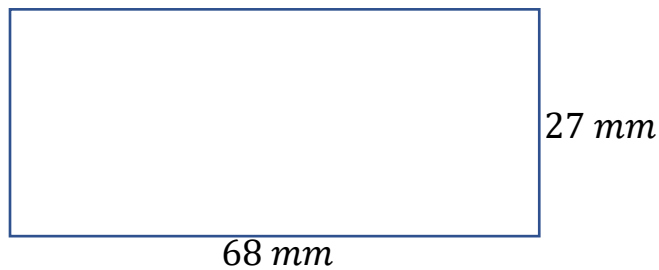
2. Qual é a fórmula utilizada para calcular a área de um quadrado?

3. Calcule as áreas e os perímetros das figuras a seguir:

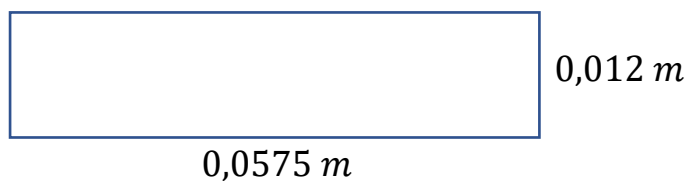
a)



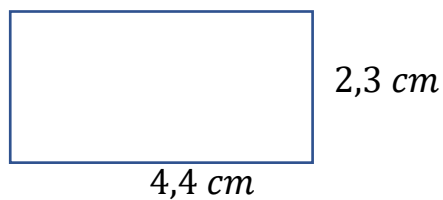
b)



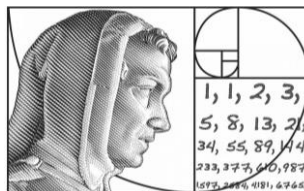
c)



d)



4. Um piso quadrado de cerâmica tem 12 cm de lado.
- a) Qual é a área desse piso?
 - b) Quantos pisos são necessários para assoalhar uma sala de 45 m^2 de área?
5. Encontre o perímetro de um quadrado que tem a área igual a 64 m^2 .



AULA 120

ÁREA DO TRAPÉZIO



esta aula, estudaremos a área do trapézio.

Vejamos a definição matemática do quadrilátero trapézio.

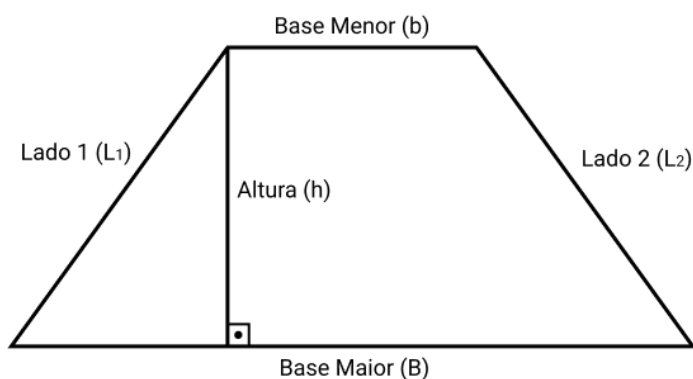
Definição: todo quadrilátero que possua no mínimo um par de lados paralelos, é denominado trapézio.

Os lados paralelos são denominados bases do trapézio, e se não têm a mesma medida, o lado maior é denominado base maior, e o lado menor é denominado base menor; os lados não paralelos são chamados de lados não paralelos ou laterais.

Observação: O retângulo, o quadrado, o paralelogramo e o losango são todos quadriláteros classificados como trapézios.

ELEMENTOS DE UM TRAPÉZIO

Definição: Os elementos de um trapézio são: bases, lados laterais, altura, ângulo interno.



Bases: As duas bases são os lados paralelos.

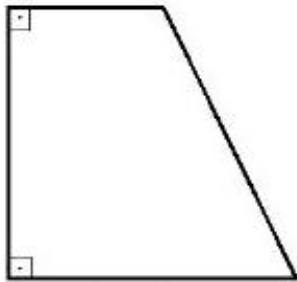
Lados Laterais: Os dois lados não paralelos.

Altura (h): A distância perpendicular entre as duas bases.

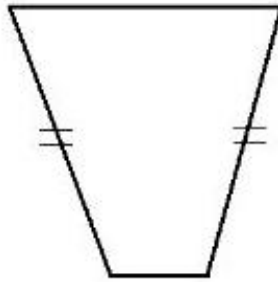
Ângulos Internos: A soma dos ângulos internos de um trapézio é sempre 360° .

TIPOS DE TRAPÉZIOS

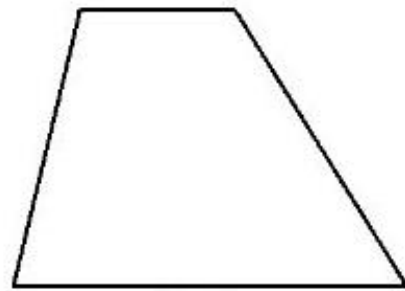
Definição: Existem três tipos de trapézios: trapézio retângulo, trapézio isósceles e trapézio escaleno.



Trapézio
Retângulo



Trapézio
Isósceles



Trapézio
Escaleno

Trapézio Retângulo: Possui dois ângulos retos (90°).

Trapézio Isósceles: Os lados não paralelos são iguais em comprimento.

Trapézio Escaleno: Todos os lados têm comprimentos diferentes.

ÁREA DO TRAPÉZIO

Definição: A área do trapézio é dada pela fórmula:

$$\text{Área}_{\text{trapézio}} = \frac{(\text{Base Maior} + \text{base menor}) \cdot \text{altura}}{2}$$

$$\text{Área}_{\text{trapézio}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Onde:

$A_{\text{trapézio}}$: área do trapézio.

B : base maior.

b : base menor.

h : altura.

Exemplos:

1. Calcule a área de um trapézio onde a base maior é 10 cm , a base menor é 6 cm e a altura é 4 cm .

Resolução: Utilizando a fórmula da área do trapézio, temos que:

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(10 + 6) \cdot 4}{2}$$

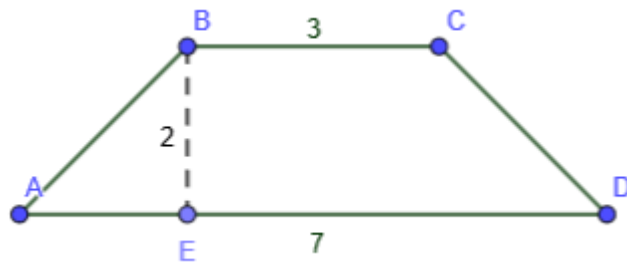
$$A_{\text{trapézio}} = \frac{16 \cdot 4}{2}$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{64}{2}$$

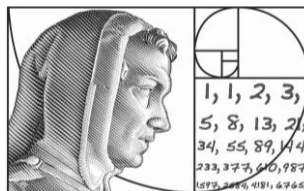
$$A_{\text{trapézio}} = 32 \text{ cm}^2$$

ATIVIDADES

1. Defina um trapézio.
2. Qual é a fórmula para a área de um trapézio?
3. Calcule a área do trapézio abaixo sabendo que todas as medidas estão em centímetros.



4. Calcule a área de um trapézio...
 - a) cujas bases medem 5 *cm* e 2 *cm*, e cuja altura mede 1 *cm*;
 - b) cujas bases medem 6 *cm* e 7 *cm*, e cuja altura mede 2 *cm*.



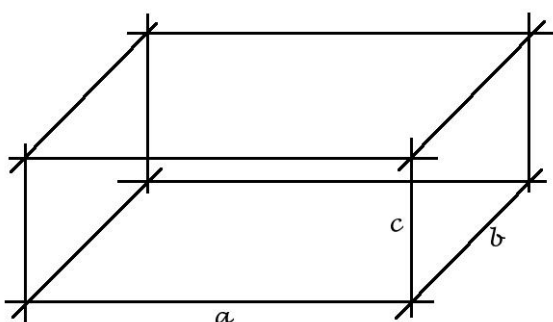
AULA 124

BLOCO RETANGULAR



esta aula, estudaremos o bloco retangular de forma geral. O nosso interesse será o volume do bloco retangular.

Definição: um **bloco retangular** é um sólido limitado por 6 retângulos que chamamos faces. Esses retângulos constituem 3 pares, isto é, em cada par os retângulos são iguais. Os lados dos retângulos são chamados as arestas do bloco.



As 3 arestas de medidas a , b , c determinam o bloco retangular.

Como exemplos de bloco retangular temos as caixas de embalagens e tijolos.

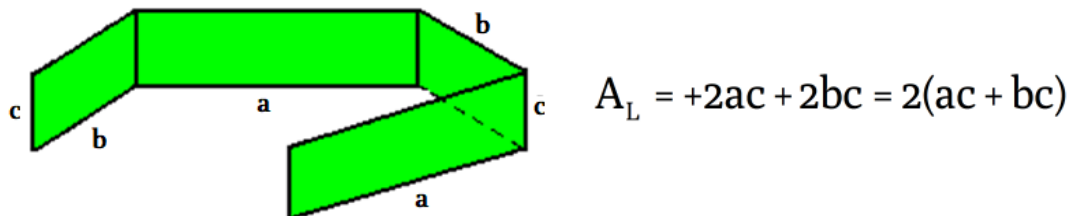


Observação: o cubo é um caso particular de bloco retangular em que as arestas têm todas o mesmo comprimento. As 6 faces de um cubo são quadrados iguais.

Agora, iremos estudar as áreas de bloco retangular: área lateral, área da base e área total.

ÁREA LATERAL

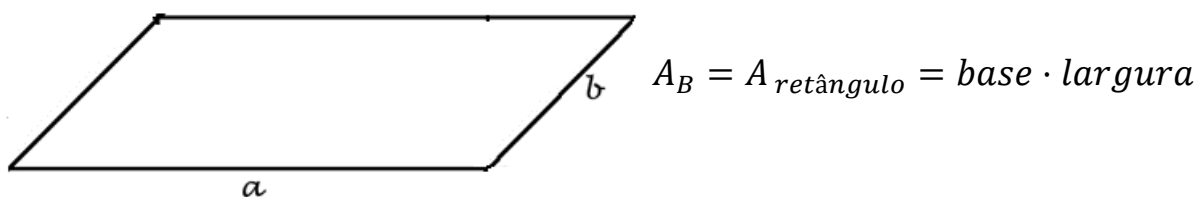
Definição: A área lateral A_L é dada pela soma das áreas das faces laterais.



ÁREA DA BASE

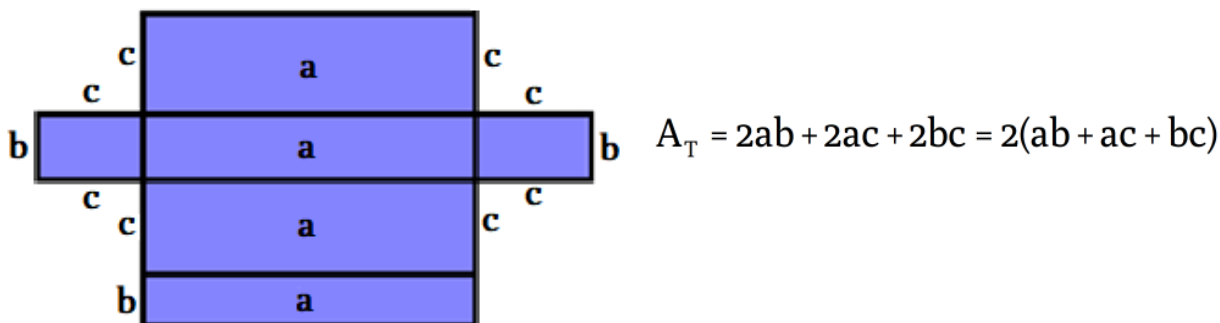
A base de um bloco retangular é um retângulo, dessa forma definimos a área da base da seguinte forma:

Definição: A área da base de um bloco retangular é o produto da base pela largura.



ÁREA TOTAL

Planificando o bloco retangular, verificamos que a área total é a soma das áreas de cada par de faces opostas.



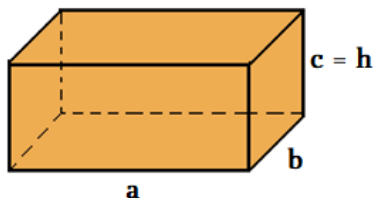
VOLUME

De forma semelhante ao cubo, o volume de um bloco retangular pode ser definido da seguinte forma:

Definição: o volume de um bloco retangular é calculado por

$$V = a \cdot b \cdot c = abc$$

Em outras palavras, podemos também dizer que o volume de um bloco retangular é o **produto da área da base pela altura do bloco**, como podemos ver na figura abaixo.

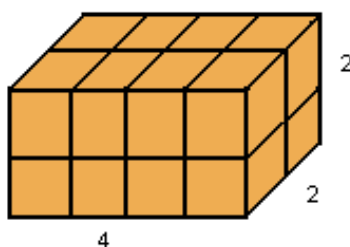


$$V = a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = A_{\text{base}} \cdot h = A_{\text{base}} \cdot \text{altura}$$

Exemplo:

1. Calcule o volume de um bloco retangular, sabendo que possui 4 cm de comprimento, 2 cm de largura e 2 cm de altura.

Resolução: Primeiramente vamos desenhar este bloco retangular, com as respectivas medidas.



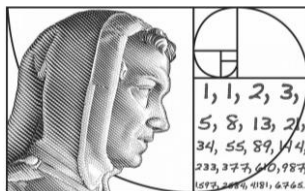
O volume de um bloco retangular é calculado por $V = a \cdot b \cdot c$, onde a é o comprimento, b é a largura e c a altura do bloco. Assim, temos que:

$$V = a \cdot b \cdot c = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16\text{ cm}^3$$

Portanto, o volume do bloco retangular de medidas 4 cm , 2 cm e 2 cm é 16 cm^3 .

ATIVIDADES

1. Calcule o volume de um bloco retangular com dimensões 40 cm , 10 cm e 20 cm .
2. Calcule o volume de um bloco retangular com dimensões 4 cm , 5 cm e 6 cm .
3. Calcule o volume de um bloco retangular com dimensões 15 cm , 20 cm e 25 cm .
4. Calcule o volume de um bloco retangular com dimensões 60 cm , 30 cm e 15 cm .
5. Calcule a área lateral dos blocos retangulares dos exercícios 1, 2, 3 e 4.
6. Calcule a área total dos blocos retangulares dos exercícios 1, 2, 3 e 4.



AULA 127

UNIDADES DE MEDIDA DE CAPACIDADE



esta aula, estudaremos as unidades de medida de capacidade.

A quantidade de líquido é igual ao volume interno de um recipiente. Afinal, quando enchemos este recipiente, o líquido assume a forma dele.

Definição: capacidade é o volume interno de um recipiente.

A unidade fundamental de capacidade chama-se **litro**. Pela definição acima, a capacidade é o volume interno de um recipiente, razão por que precisamos relacionar as duas medidas: capacidade e volume. Mas como podemos relacioná-las?

A definição abaixo deixa bem clara a relação entre capacidade e volume.

Definição: litro é a capacidade de um cubo que tem $1dm$ de aresta.

$$1 l = 1 dm^3$$

MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS DO LITRO

Na tabela abaixo, temos os múltiplos e submúltiplos do litro. Notem que cada unidade é 10 vezes maior que a unidade imediatamente inferior.

MÚLTIPLOS			UNIDADE FUNDAMENTAL	SUBMÚLTIPLOS		
Quilolitro	Hectolitro	Decalitro	Litro	Decilitro	Centilitro	Mililitro
<i>kL</i>	<i>hL</i>	<i>daL</i>	<i>L</i>	<i>dL</i>	<i>cL</i>	<i>mL</i>
1.000 L	100 L	10 L	1 L	0,1 L	0,01 L	0,001 L

Relações:

$$1 L = 1 dm^3$$

$$1 mL = 1 cm^3$$

$$1 kL = 1 m^3$$

LEITURA DAS MEDIDAS DE CAPACIDADE

Exemplos:

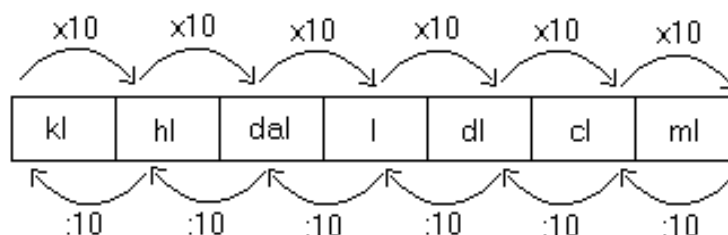
1. Leia a seguinte medida: 2,478 *dal*.

<i>kL</i>	<i>hL</i>	<i>daL</i>	<i>L</i>	<i>dL</i>	<i>cL</i>	<i>mL</i>
		2,	4	7	8	

Lê-se “2 decalitros e 478 centilitros”.

TRANSFORMAÇÃO DE UNIDADES

Na transformação de unidades de capacidade no sistema métrico decimal, devemos lembrar que **cada unidade de capacidade é 10 vezes maior que a unidade imediatamente inferior**.



Exemplos:

1. Transformar 3,19 *l* em *mL*.

<i>kL</i>	<i>hL</i>	<i>daL</i>	<i>L</i>	<i>dL</i>	<i>cL</i>	<i>mL</i>

Para transformar *L* em *mL*, deve-se multiplicar por 1.000 (10x10x10).

$$3,19 \cdot 1000 = 3190 \text{ mL}$$

ATIVIDADES

1. Transforme 7,15 *kL* em *dL*

2. Transforme 6,5 *hL* em *L*

3. Transforme 90,6 *mL* em *L*

4. Expresse em litros o valor da expressão:

$$0,6 \text{ m}^3 + 10 \text{ daL} + 1 \text{ hL}$$

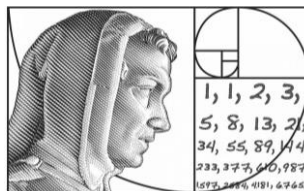
5. Uma empresa com carros-pipa de 8000 *L* de capacidade foi chamada para encher um reservatório subterrâneo de água de um edifício. Esse reservatório, com forma de

bloco retangular, tem dimensões 3 m , 5 m e 1 m . Para a realização dessa tarefa, podemos concluir que:

- a) 1 carro-pipa de água tem capacidade maior do que a capacidade do reservatório;
- b) 1 carro-pipa de água é suficiente para encher totalmente o reservatório sem sobrar água;
- c) 2 carros-pipa de água são insuficientes para encher totalmente o reservatório;
- d) 2 carros-pipa ultrapassam em 1000 L a capacidade do reservatório.

6. O tanque de combustível de um veículo (reservatório) tem 80 cm de comprimento, 35 cm de largura e 20 cm de altura. Supondo que o reservatório estivesse cheio, após uma viagem foram gastos $\frac{3}{4}$ de sua capacidade. Quantos litros restaram no reservatório?

- a) 14 L
- b) 16 L
- c) 18 L
- d) 20 L
- e) 22 L



AULA 129

PORCENTAGEM



esse volume, estudaremos porcentagem, probabilidade e estatística.

Nesta aula, faremos uma revisão do conteúdo de porcentagem.

Em alguns livros, a palavra porcentagem pode aparecer como percentagem ou percentual ou porcentual. Neste conteúdo, usaremos o termo porcentagem.

A palavra porcentagem deriva do latim per centum, que quer dizer por um cento, isto é, dividido por cem.

A porcentagem faz parte do nosso cotidiano, especialmente nos descontos concedidos em compras, nos juros das prestações, nos dados estatísticos, etc.

A porcentagem recebeu um símbolo que passou por várias modificações ao longo dos anos, até que em 1925, D. E. Smith padronizou o símbolo de porcentagem, como sendo %. Para indicarmos qualquer porcentagem devemos representar o número acompanhado do símbolo %, e a isso chamamos de taxa porcentual.

Exemplos

$$1. 30\% = 30 \text{ por cento} = 30 \text{ por } 100 = \frac{30}{100}.$$

$$2. 45\% = \frac{45}{100}.$$

$$3. 115\% = \frac{115}{100}.$$

$$4. 8\% = \frac{8}{100}.$$

$$5. 26\% = \frac{26}{100}.$$

$$6. 300\% = \frac{300}{100}.$$

$$7. 0,9\% = \frac{0,9}{100} = \frac{9}{1000}.$$

Na etimologia da palavra porcentagem, fica evidente que existe uma relação da taxa porcentual com a fração centesimal, como podemos comprovar nos exemplos.

A fração centesimal está totalmente relacionada com a fração irredutível e o valor decimal.

A relação da fração centesimal com a fração irredutível ocorre, pois, geralmente, a fração centesimal pode ser simplificada e, com isso, transformada em uma fração irredutível. Se ela não puder ser simplificada, significa que a fração centesimal é, propriamente, a fração irredutível.

A relação entre fração centesimal e valor decimal ocorre, pois, ao dividirmos o numerador pelo denominador da fração centesimal, aparecerá um valor decimal.

Desta forma, iremos relacionar fração centesimal, fração irredutível e o valor decimal com a taxa porcentual.

Exemplos

1. Vejamos uma tabela relacionando taxa porcentual, fração centesimal, fração irredutível e valor decimal.

Taxa Porcentual	Fração Centesimal	Fração Irredutível	Valor Decimal
150%	$\frac{150}{100}$	$\frac{3}{2}$	1,5
100%	$\frac{100}{100}$	$\frac{1}{1}$	1
75%	$\frac{75}{100}$	$\frac{3}{4}$	0,75
50%	$\frac{50}{100}$	$\frac{1}{2}$	0,5
30%	$\frac{30}{100}$	$\frac{3}{10}$	0,3
25%	$\frac{25}{100}$	$\frac{1}{4}$	0,25
10%	$\frac{10}{100}$	$\frac{1}{10}$	0,1
5%	$\frac{5}{100}$	$\frac{1}{20}$	0,05
2%	$\frac{2}{100}$	$\frac{1}{50}$	0,02
1%	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{100}$	0,01

Observação: A taxa porcentual de 100% representa o todo.

Observação: A taxa porcentual de 50% representa a metade do todo.

Observação: A taxa percentual de 25% representa a metade da metade do todo.

Observação: A taxa percentual de 10% representa a décima parte do todo.

Observação: A taxa percentual de 1% representa a centésima parte do todo.

Exemplos

1. 100% de 180 é 180, pois 100% representa o todo.
2. 50% de 180 é 90, pois 50% representa metade do todo.
3. 25% de 180 é 45, pois 25% representa a metade da metade do todo.
4. 10% de 180 é 18, pois 10% representa a décima parte do todo.
5. 1% de 180 é 1,8, pois 1% representa a centésima parte do todo.

PORCENTAGEM DE UM VALOR

As porcentagens são todas calculadas em relação a algum valor.

Exemplos

1. 80% de 500.
2. 95% de 50.
3. 2% de 300.
4. 80% de 10.

Observação: Notem que os exemplos 1 e 4 possuem a mesma taxa percentual que é 80%, porém, os valores são diferentes. Logo, as porcentagens dos exemplos 1 e 4 serão diferentes, mesmo tendo a mesma taxa percentual e isto ocorre, pois, a porcentagem é um valor relativo e não um valor absoluto.

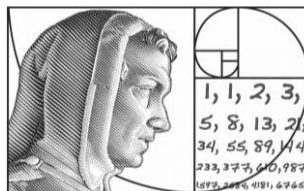
As formas para calcular as porcentagens serão estudadas na próxima aula.

ATIVIDADES

1. De que deriva a palavra *porcentagem*? Qual é o símbolo utilizado para representá-la?
2. Por que é que se diz que as porcentagens são valores relativos e não absolutos?
3. Complete as frases a seguir:
 - a) Calcular 50% de um valor é o mesmo que dividir esse número por ____.
 - b) Calcular ____ de um valor é o mesmo que dividir esse número por 4.
 - c) Calcular 10% de um valor é o mesmo que dividir esse número por ____.
 - d) Calcular 30% de um número é o mesmo que encontrar quanto vale ____% e depois multiplicar esse valor por ____.
 - e) Calcular ____ de um valor é o mesmo que dividir esse número por 100.

4. Complete a tabela abaixo:

Taxa Porcentual	Fração Centesimal	Fração Irredutível	Valor Decimal
100%	$\frac{100}{100}$	$\frac{1}{1}$	1
	$\frac{75}{100}$		
50%			0,5
			0,25
	$\frac{10}{100}$		0,10 ou 0,1
		$\frac{1}{100}$	
		$\frac{1}{20}$	
			0,005



AULA 133

CÁLCULO DAS PORCENTAGENS ATRAVÉS DA REGRA DE TRÊS



esta aula, estudaremos o cálculo das porcentagens através da regra de três.

Definição: Para calcularmos as porcentagens de um valor através da regra de três, basta montarmos a regra de três e relacioná-los de forma diretamente proporcional.

Exemplos:

1. Calcule 15% de 240.

Resolução:

$$240 \quad \text{_____} \quad 100\%$$

$$x \quad \text{_____} \quad 15\%$$

$$100 \cdot x = 15 \cdot 240$$

$$100x = 3600$$

$$x = \frac{3600}{100}$$

$$x = 36$$

Portanto, 15% de 240 equivale a 36.

2. Calcule 97% de 18.

Resolução:

$$18 \quad \text{_____} \quad 100\%$$

$$x \quad \text{_____} \quad 97\%$$

$$100 \cdot x = 18 \cdot 97$$

$$100x = 1746$$

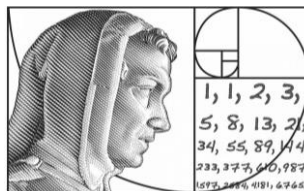
$$x = \frac{1746}{100}$$

$$x = 17,46$$

Portanto, 97% de 18 equivale a 17,46.

ATIVIDADES

1. Um produto que custa R\$ 120,00 e sofre um aumento de 15% passa a custar quanto?
2. Um produto custava R\$ 500,00 e passou a custar R\$ 800,00. Qual foi o aumento percentual?
3. Um produto sofreu um aumento de 25%. Em seguida, devido à variação no mercado, seu preço teve de ser reduzido também em 25%, passando a custar R\$ 225,00. Qual era o preço desse produto antes do aumento?
4. Numa fábrica de tintas, certa quantidade de água deve ser misturada com 840 litros de tinta corante, de modo que a mistura tenha 25% de água. Quantos litros de água deve ter a mistura?
5. Joãozinho gastou a metade do dinheiro que tinha com um presente que comprou para a sua mãe. Em seguida, gastou 30% do que lhe restou, na compra de um jogo, e ainda ficou com R\$ 63,00. Quantos reais tinha Joãozinho antes das compras?



AULA 139

TIPOS DE PESQUISA

Nesta aula, estudaremos os tipos de pesquisa.

Em estatística, temos dois tipos de pesquisa, a censitária e a amostral.

PESQUISA CENSITÁRIA

Definição: Na **pesquisa censitária**, todos os elementos de determinada população são pesquisados.

As pesquisas censitárias de grande porte, em geral, são mais demoradas, e há um custo maior em pesquisar todos os elementos da população de interesse.

Exemplos:

1. O Censo Demográfico no Brasil é um exemplo de pesquisa censitária de grande porte e é realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Acontece a cada **10** anos e tem como objetivo constituir a principal fonte de referência para o conhecimento das condições de vida da população em todos os municípios do país.

PESQUISA AMOSTRAL

Existem casos em que não é possível observar toda a população de interesse, em geral por questões econômicas e por tempo.

Exemplos:

1. Uma empresa pode não ter recursos financeiros suficientes para saber fazer uma pesquisa de opinião com todos seus clientes, ou levaria muito tempo para ter os resultados.

Para resolver essas dificuldades, existe a **pesquisa amostral**. Ela é feita com uma parte predeterminada da população de interesse, isto é, a pesquisa não é feita com toda a população.

A escolha da amostra é criteriosa para que o resultado da pesquisa represente, o mais proximamente possível, a opinião ou característica de toda a população de interesse.

Para definir uma amostra adequada, é importante estabelecer alguns critérios, tais como:

- Definir um perfil da amostra para saber que características serão pesquisadas.

Exemplos:

1. Idade
 2. Sexo
 3. Região de domicílio.
- Entender que, mesmo definindo um perfil e um questionário adequado, há uma margem de erro que deve ser considerada porque estamos trabalhando com estimativas e com não valores absolutos. Para isso, devemos assumir uma margem de erro adequada para a pesquisa.

Exemplo:

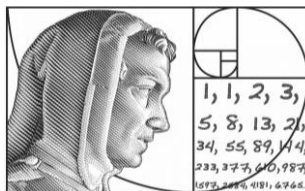
1. Em pesquisas eleitorais as margens de erro variam entre 2% e 5%, dependendo do Instituto que realiza a pesquisa.
- Definir o tamanho da amostra com base na população total e na margem de erro estabelecida como aceitável. Quanto maior a população e menor o erro estabelecido, maior deverá ser o tamanho da amostra.

Exemplo:

1. Realizar uma pesquisa envolvendo as crianças de até 10 anos em um município com 20 000 habitantes, é diferente de realizar essa pesquisa em território nacional.

ATIVIDADES

1. Você já participou de alguma entrevista? Se participou, ela era censitária ou amostral? Conte como foi.
2. Deseja-se pesquisar o esporte preferido de sua família. Qual é o tipo de pesquisa mais indicada: a censitária ou a amostral? Justifique sua resposta.
3. A empresa em que Ítalo trabalha, sorteará 10 clientes para responderem a uma pesquisa de satisfação. A escolha da amostra de clientes, neste caso, pode representar a opinião da maioria de clientes dessa empresa? Explique sua resposta.
4. Em uma amostra que pretende pesquisar as intenções de voto de eleitores para presidente, devem-se levar em considerações que características?
5. Junto com os pais e com tema livre, planeje e realize uma pesquisa entre os seus familiares.



AULA 143

AVALIAÇÃO GERAL – PARTE I

Nesta aula, iniciaremos uma avaliação geral contemplando todos os assuntos estudados ao longo dos volumes 1, 2, 3 e 4.

1. Com a instituição do Conjunto dos Inteiros, que operação passou a ser realizada sem restrição? Explique-o.

2. Realize as operações abaixo e faça a prova real em todos os itens:

a) $5578 + 897\,654 + 4$

b) $897 - 798$

c) $475 \cdot 312$

d) $204 : 17$

e) $4199 : 19$

f) $3 \cdot \sqrt{25} + 4 : 2^2$

g) $(4 + 3 \cdot 2)^5 + \sqrt{100}$

h) $5^2 \cdot 3 - 6^2 : 2$

i) $[2 \cdot 4^3 - 3^2 \cdot 3 \cdot 3^0 - 5^0] : 10^2$

j) $\sqrt{4} \cdot (4^3 - 3^2) : (3^2 + 3^1 - 3^0) - 2^3$

3. Se $a = -2$ e $c = 5$, então a^c é igual a:

a) 32

b) - 32

c) 10

d) - 10

4. Resolva as expressões numéricas:

a) $0,24 + 0,3 - 0,1$

b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$

c) $1,53 - 2,58$

d) $\left(+\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{7}{5}\right)$

e) $\left(-\frac{3}{2}\right) + \left(+\frac{5}{7}\right)$

f) $\left(+\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{12}{5}\right) + \left(-\frac{17}{5}\right)$

g) $(-6,41) - (+9,882)$

h) $\left(-\frac{9}{5}\right) + \left(-\frac{5}{3}\right)$

i) $(-1,47) + (-2,5) + (-0,03)$

j) $1,2 \cdot 1,2$

k) $4,05 \cdot (-2,2)$

l) $3,2 \cdot 3,5 \cdot 1,4$

m) $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$

n) $\left(-\frac{7}{2}\right) \cdot \left(-\frac{10}{21}\right)$

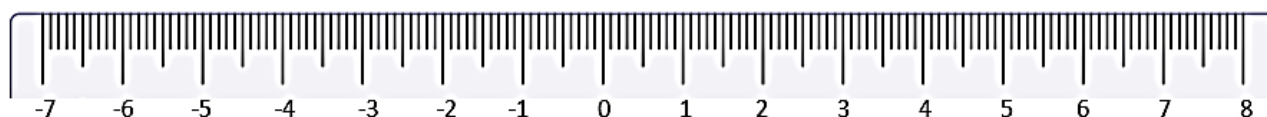
o) $\left(\frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{15}{6}\right)$

p) $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)$

q) $0,2 \cdot \frac{2}{5}$

r) $\frac{1}{3} \cdot 0,2$

5. Represente, na reta numérica abaixo, os pontos listados a seguir:



a) $A = 0,5$

b) $B = 1,5$

c) $C = -2,5$

d) $D = -6,5$

e) $E = 4,3$

f) $F = 7,2$

g) $G = \frac{15}{2}$

h) $H = \frac{12}{5}$

i) $I = -\frac{15}{10}$

6. Diga, sem realizar as divisões, quais números são decimais exatos e quais são dízimas periódicas:

a) $\frac{3}{2}$

b) $-\frac{15}{7}$

c) $\frac{211}{10}$

d) $\frac{7}{20}$

e) $-\frac{7}{4}$

f) $\frac{10}{5}$

g) $\frac{15}{12}$

h) $-\frac{6}{9}$

i) $\frac{34}{99}$

7. Bernardo tem em seu bolso apenas moedas de 10, 25 e 50 centavos, num total de quarenta e duas moedas. Sabe-se ainda que o número de moedas de 25 centavos é menor em 5 unidades em relação ao número de moedas de 50 centavos, e que o número de moedas de 10 centavos excede em 8 unidades as de 50 centavos. Qual é a quantia, em reais, que Bernardo tem no bolso?

8. Um número somado à sua quarta parte é igual a 80. Qual é esse número?

9. Três números consecutivos somam -72 . Quais são esses três números?

10. Vamos representar por x o número de carros e por y o número de motos que há em um estacionamento. Escreva uma equação que expresse cada uma das seguintes situações:

a) No estacionamento há, ao todo, 20 veículos.

b) O número de carros é igual ao triplo do número de motos.

c) O número de carros supera o número de motos em 12.

d) A metade do número de carros é igual a cinco vezes o número de motos.

e) No estacionamento há, ao todo, 42 rodas.

